# ANNEXE G

## **ETUDE DES PALIERS MAGNETIQUES**

### 1. Bases théoriques

#### 1.1. Magnétiques

#### 1.1.1. Pression magnétique

Lorsque deux matériaux magnétiques possédant une interface commune (Fig. G.1) sont traversés par un champ magnétique  $\vec{H}$ , une force apparaît perpendiculairement à celle-ci. La pression *p* correspondant à cette force, généralement appelée pression magnétique, est donnée par la relation [VANDER VORST-94] :

$$p = \frac{1}{2} (\mu_1 - \mu_2) H_{\mu}^2 + \frac{1}{2} (\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1}) B_{\perp}^2, \qquad (G.1)$$

où  $\mu_l$ ,  $\mu_2$  sont les perméabilités magnétiques des matériaux en contact,  $H_{l/l}$  la composante tangentielle du champ magnétique, perpendiculaire à la normale  $\vec{n}$ , et  $B_{\perp}$  la composant normale de l'induction magnétique, parallèle à la normale  $\vec{n}$ , au niveau de l'interface.



Fig. G.1. Interface séparant deux matériaux magnétiques

Lorsque le champ magnétique est perpendiculaire à cette interface et que l'un des matériaux possède une perméabilité magnétique largement supérieure à l'autre, comme

c'est par exemple le cas entre l'air et un matériau ferromagnétique, l'expression précédente (G.1) prend la forme simplifiée :

$$p = \frac{B^2}{2.\mu_0},\tag{G.2}$$

où B est la norme de l'induction magnétique.

#### 1.1.2. Loi d'Hopkinson

La loi d'Hopkinson [VANDER VORST-94] permet de relier le flux  $\phi$  circulant au travers d'un circuit magnétique (Fig. G.2) à la force magnétomotrice  $\mathcal{F}$  qui lui est imposée via la relation :

$$\mathcal{F} = \mathfrak{R}.\phi, \qquad (G.3)$$

où R est la réluctance du circuit magnétique.

La réluctance d'un circuit magnétique de longueur l, de section S et de perméabilité magnétique  $\mu$  est donné par la relation générale :

$$\Re = \frac{l}{\mu . S}.$$
 (G.4)

Dans le cas du circuit magnétique illustré à la Fig. G.2, où e << a << R, la réluctance totale vaut :

$$\Re_{totale} = \Re_{noyau} + \Re_{entrefer} = \frac{2.\pi.R - e}{\mu_{noyau}.S} + \frac{e}{\mu_0.S}, \qquad (G.5)$$

où  $\mu_{noyau}$  est la perméabilité magnétique du noyau et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide. A noter que les noyaux, habituellement réalisés dans des matériaux ferromagnétiques dont la perméabilité relative est élevée, présentent la plupart du temps une réluctance négligeable par rapport à celle de l'entrefer.



Fig. G.2. Circuit magnétique type

La force magnétomotrice pour sa part, lorsqu'elle est générée par un bobinage électrique, dépend directement de nombre de spires n de ce bobinage et de l'amplitude des courants y circulant I suivant l'expression :

$$\mathcal{F} = n.I . \tag{G.6}$$

#### 1.1.3. Champ magnétique – flux magnétique

Le flux magnétique  $\phi$  traversant une surface S est défini par la relation :

$$\phi = \int_{S} \overline{B} \cdot \overline{dS} \,. \tag{G.7}$$

Lorsque le champ magnétique  $\overline{B}$  est constant et en tout point normal à cette surface, cette dernière expression prend la forme simplifiée :

$$\phi = B.S. \tag{G.8}$$

#### 1.2. Electriques

La consommation électrique d'une résistance R parcourue par un courant continu d'amplitude I est donné par la relation :

$$P = R.I^2. \tag{G.9}$$

La résistance R d'un fils de longueur l et de section S, parcourue par un courant continu, est donné par la relation :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \tag{G.10}$$

où  $\rho$  est la résistivité électrique du conducteur.

#### 2. Exploitation

#### 2.1. Calcul de la capacité de charge

Telle que nous l'avons choisie, la structure du palier occupe l'espace défini par les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ainsi que par le rayon du rotor  $r_r$  (Fig. G.3). Dans cette espace, le circuit magnétique entoure le bobinage et se referme au niveau de l'entrefer, partageant en parts égales la surface de ce dernier pour l'aller et le retour du champ magnétique. Ce qui se traduit par la relation :

$$S_{entrefer-aller} = S_{entrefer-retour} = \frac{S_{entrefer}}{2} \cong \pi r_r^2 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2).$$
(G.11)

Ignorant le "court-circuit" magnétique réalisé de la sorte, nous maximisons ainsi l'efficacité du palier en réduisant la réluctance du circuit magnétique constitué par le palier, l'entrefer et le rotor.



Fig. G.3. Section du circuit magnétique pris en compte pour l'étude des paliers magnétiques

La réluctance totale de ce circuit magnétique peut être approchée par la seule réluctance de l'entrefer étant donné que les circuits magnétiques du palier et du rotor sont réalisés dans un matériau ferromagnétique dont la perméabilité magnétique est largement supérieure à celle de l'air. Nous pouvons donc écrire :

$$\mathfrak{R}_{totale} \cong \mathfrak{R}_{entrefer} . \tag{G.12}$$

Supposant par ailleurs l'épaisseur de l'entrefer suffisamment faible par rapport à sa surface, nous pouvons négliger les effets de bord et considérer que le champ magnétique le traverse perpendiculairement. En conséquence, la force exercée par le palier peut être calculée à partir de l'expression simplifiée de la pression magnétique (G.2). Il suffit en effet d'intégrer sur la surface de l'entrefer sa composante utile  $p_{ll}$ , orientée suivant l'axe de symétrie du palier et donnée par la relation :

$$p_{\parallel} = p.\cos\theta. \tag{G.13}$$

En coordonnée sphérique, cela nous donne :

$$F = \int_0^{2.\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r_r^2 \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot p \cdot d\theta \cdot d\varphi , \qquad (G.14)$$

soit :

$$F = \frac{\pi . r_r^2}{2} . p.[\cos(2.\theta_1) - \cos(2.\theta_2)].$$
 (G.15)

Ajoutant aux précédentes hypothèses celle d'une répartition uniforme des champs magnétiques sur la surface de l'entrefer, la réluctance de ce dernier peut être estimée par :

$$\Re_{entrefer} \cong \frac{4.e'}{\mu_0.S_{entrefer}}, \qquad (G.16)$$

où e', l'entrefer équivalent, dépend non seulement de l'épaisseur e de la couche d'air séparant le palier du rotor, mais également du rotor lui-même. En effet, si dans le cas

d'un rotor à une couche l'entrefer équivaut à *e*, il devra être augmenté de l'épaisseur de la couche externe conductrice dans le cas d'un rotor à deux couches.

La réluctance du circuit magnétique connue, il faut encore déterminer la force magnétomotrice  $\mathcal{F}$  générée par le bobinage pour obtenir, via la relation (G.3), le flux magnétique  $\phi$  traversant ce circuit. Connaissant le coefficient de remplissage  $\eta_{remplissage}$  et la densité de courant J traversant les conducteurs, cette force magnétomotrice peut s'exprimer en fonction de la section du bobinage  $S_{fenêtre}$  via la relation :

$$\mathcal{F} = \eta_{remplissage} . S_{bobinage} . J . \tag{G.17}$$

Le flux magnétique  $\phi$  peut donc finalement s'exprimer comme suit :

$$\phi = \frac{\mu_0}{4.e'} \cdot \eta_{remplissage} \cdot S_{bobinage} \cdot S_{entrefer} \cdot J$$
 (G.18)

Supposant enfin que le champ magnétique se répartit uniformément sur les sections du circuit magnétique et qu'il les traverse perpendiculairement, la relation (G.8) peut être appliquée et la valeur de l'induction magnétique B en un point quelconque du circuit magnétique exprimée, via la relation :

$$B_{circuit magnétique} = \frac{\mu_0}{4.e'} \cdot \eta_{remplissage} \cdot \frac{S_{bobinage} \cdot S_{entrefer}}{S_{circuit magnétique}} \cdot J, \qquad (G.19)$$

en fonction de Scircuit magnétique, la section du circuit magnétique en ce point.

Au niveau de l'entrefer, la section du circuit magnétique change et l'induction magnétique prend la valeur :

$$B_{entrefer} = \frac{\mu_0}{4.e'} \cdot \eta_{remplissage} \cdot S_{bobinage} \cdot J .$$
 (G.20)

Sur cette base nous pouvons successivement déterminer la valeur de la pression magnétique au niveau de l'interface séparant le circuit magnétique du palier et l'entrefer :

$$p = \frac{\mu_0}{32.{e'}^2} \cdot \eta_{remplissage}^2 \cdot S_{bobinage}^2 \cdot J^2,$$
 (G.21)

via la relation (G.2), et la force exercée par le palier :

$$F = \frac{\mu_0 . \pi . r_r^2}{64.{e'}^2} . \eta_{remplissage}^2 . S_{bobinage}^2 . J^2 . [\cos(2.\theta_1) - \cos(2.\theta_2)], \qquad (G.22)$$

via la relation (G.15).

Au vu de cette dernière équation, il apparaît que la section du bobinage, qui reste la seule inconnue à ce stade, doit être maximisée afin d'optimiser la capacité de charge du palier. La valeur de la section du bobinage est cependant limitée par le seuil de saturation magnétique du matériau constituant le circuit magnétique du palier. En effet, une augmentation de la section du bobinage entraîne une hausse de la force magnétomotrice, du flux et, à fortiori, du champ magnétique. En outre, le volume fixé

du palier se partageant entre son circuit magnétique et son bobinage, il n'est pas possible d'augmenter l'espace de l'un sans réduire celui de l'autre et inversement. Une augmentation de la section du bobinage entraîne donc également une réduction de la section du circuit magnétique et, par conséquent, une élévation du champ magnétique.

Il faut donc rechercher une section de bobinage permettant d'atteindre le seuil de saturation magnétique sans le dépasser. Afin que ce seuil soit atteint simultanément en tout point du circuit magnétique et que le matériau soit donc utilisé de manière optimale, nous avons par ailleurs imposé au circuit magnétique une section constante. Sur cette base, nous avons tout d'abord déterminé, par voir géométrique, l'évolution de la section de bobinage en fonction de la section du circuit magnétique et ce pour différentes valeurs de l'ouverture angulaire  $2.\theta_2$  du palier (Fig. G.4). Exploitant conjointement ces graphes et la relation (G.19), pour laquelle la valeur de l'induction magnétique dans le circuit magnétique est fixée au seuil de saturation, nous avons pu déterminer de manière graphique (Fig. G.4) la section optimale du bobinage pour les différentes valeurs de l'ouverture angulaire  $2.\theta_2$  du palier.



Fig. G.4. Méthode graphique utilisée pour déterminer la section optimale du bobinage

Les valeurs obtenues pour la section du bobinage nous ont ensuite permis, à l'aide de l'expression (G.22), de tracer l'évolution de la capacité de charge en fonction de l'ouverture angulaire du palier magnétique (Fig. G.5).



Fig. G.5.Evolution de la capacité de charge du palier en fonction de son ouverture angulaire

Paramètres	Valeur numérique
Dimensions :	
Rayon du rotor $r_r$	25 mm
Entrefer équivalent e'	1,5 <i>mm</i>
Matériaux :	
Résistivité électrique $\rho$ (cuivre)	$1,7.10^{-8} \Omega m$
Induction de saturation B <sub>saturation</sub>	1,5 <i>T</i>
Divers :	
Coefficient de remplissage $\eta_{remplissage}$	50 %
Densité de courant $J$	$5 A/mm^2$

L'ensemble de ces résultats ont été obtenus pour le jeu de paramètres repris dans le tableau ci-dessous (Tableau G.1).

 

 Tableau G.1. Paramètres utilisés pour l'étude de la capacité de charge et de la consommation électrique des paliers magnétiques

#### 2.2. Calcul de la consommation électrique

La résistance électrique du bobinage inséré dans le palier magnétique peut être déduite de l'expression (G.10). En effet, la longueur et la section du fil qui la constitue peuvent être exprimées en fonction des données dont nous disposons déjà. Ainsi, supposant le bobinage constitué de n spires, sa longueur  $l_{bobinage}$  peut s'exprimer en fonction de la longueur moyenne d'une spire  $l_{spire}$  via la relation :

$$l_{bobinage} = n.l_{spire}, \qquad (G.23)$$

 $l_{spire} = 2.\pi r_{spire}$  étant déterminé graphiquement (Fig. G.6), et la section conductrice des fils  $S_{fil}$  en fonction de la section de la section du bobinage  $S_{bobinage}$ , lui aussi déterminé graphiquement :

$$S_{fil} = \frac{\eta_{remplissage} . S_{bobinage}}{n}, \qquad (G.24)$$

le coefficient de remplissage  $\eta_{remplissage}$  définissant le rapport entre la section du bobinage et la section conductrice totale sur cette surface.



Fig. G.6. Illustration du rayon moyen des spires formant le bobinage

La résistance du bobinage *R*<sub>bobinage</sub> peut donc s'écrire :

$$R_{bobinage} = \rho \cdot \frac{n^2 \, l_{lspire}}{\eta_{remplisssage} \cdot S_{bobinage}}, \qquad (G.25)$$

où  $\rho$  est le résistivité électrique du fil conducteur.

Le calcul de la puissance électrique absorbée par le bobinage nécessite encore de déterminer le courant y circulant. Connaissant la section des fils  $S_{fil}$  et la densité de courant *J* les parcourant, le courant *I* est simplement donné par la relation :

$$I = J.S_{fil} \tag{G.26}$$

ou encore :

$$I = J. \frac{\eta_{remplissage} . S_{bobinage}}{n}$$
(G.27)

via la relation (G.24).

La puissance absorbée par le palier magnétique  $P_{palier}$  vaut finalement :

$$P_{palier} = \rho.\eta_{remplissage}.S_{bobinage}.l_{spire}.J^2, \qquad (G.28)$$

et est indépendante du nombre de spires formant le bobinage.

Utilisant les résultats obtenus pour la section de bobinage et le rayon moyen des spires en fonction de l'ouverture angulaire du palier  $2.\theta_2$ , ainsi que les données introduites dans le Tableau G.1, nous avons pu tracer l'évolution de la puissance absorbée par le palier en fonction de la valeur de cet angle (Fig. G.7).



Fig. G.7. Evolution de la consommation électrique du palier en fonction de son ouverture angulaire

308