

# ANALISI TRIDIMENSIONALE DELLE TENSIONI GENERATE DALLA PRECOMPRESSIONE NEI SOLAI ALVEOLARI

LUCA SGAMBI

Dottorando in Ingegneria Strutturale  
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

## SUMMARY

In this work the spalling cracks of the precast slab floor has been analysed by a three-dimensional finite element analysis. A parametric study and a comparison by a normative rules are also presented.

## 1. INTRODUZIONE

Nel campo della prefabbricazione i solai alveolari ricoprono, per le loro caratteristiche di qualità, versatilità ed economia, un posto di sicuro rilievo sia in ambito nazionale che internazionale. Essi costituiscono una tipologia particolare di impalcati in solo calcestruzzo con vuoti di alleggerimento e possono essere precompressi o ad armatura lenta. Nel primo caso l'acciaio armonico, che costituisce l'unica armatura della lastra alveolare, viene inserito in fili o trefoli al di sotto dei setti verticali, ove la sezione di calcestruzzo permette un'ottimale avvolgimento dell'acciaio. L'armatura di precompressione, che viene pretesa prima del getto della lastra, trasmetterà la forza di precompressione al calcestruzzo nella così detta zona di ancoraggio (o di trasmissione). L'aderenza delle armature di precompressione viene notevolmente influenzata dalla condizione fessurata o meno della zona di trasmissione. Le principali tensioni di trazione proprie della zona di trasmissione della lastra alveolare precompressa sono dovute alle:

- tensioni da effetto cuneo (*bursting*)

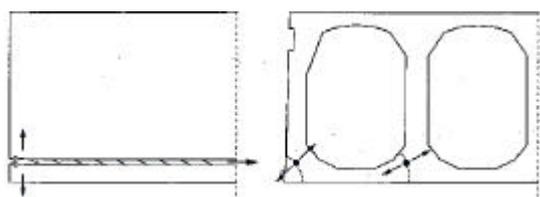


Figura 1. Rappresentazione di una fessurazione da *bursting* (da ASSAP [5]).

- tensioni da ancoraggio (*splitting*)

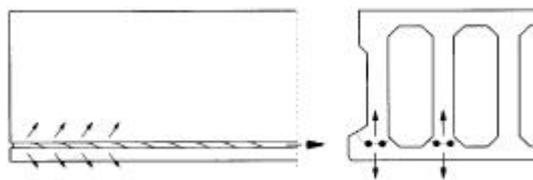


Figura 2. Rappresentazione di una fessurazione da *splitting* (da ASSAP [5]).

- tensioni verticali nelle nervature (*spalling*)

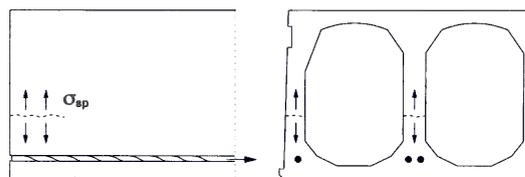


Figura 3. Rappresentazione di una fessurazione da *spalling* (da ASSAP [5]).

In questo lavoro si analizzeranno le tensioni prodotte dalla precompressione tramite un'analisi ad elementi finiti tridimensionali. Sarà presentato uno studio parametrico atto a valutare l'influenza della posizione dei trefoli e della larghezza delle nervature sulla tensione di *spalling* ed infine verrà presentato un confronto tra le tensioni calcolate numericamente e quelle derivanti dalle formule utilizzate per le verifiche di normativa.

Notevole importanza è difatti data dalla normativa alla verifica di queste tensioni, infatti un'eventuale fessura nata per effetto di *spalling* si propaga molto velocemente all'interno della nervatura stessa, causando il distacco della parte inferiore del solaio. Dovendo la lastra di solaio subire movimentazioni in fabbrica, trasporto, sollevamento e posa in opera risulta di notevole importanza poter garantire un'adeguata soglia di sicurezza rispetto alle trazioni che si sviluppano in fase di precompressione.

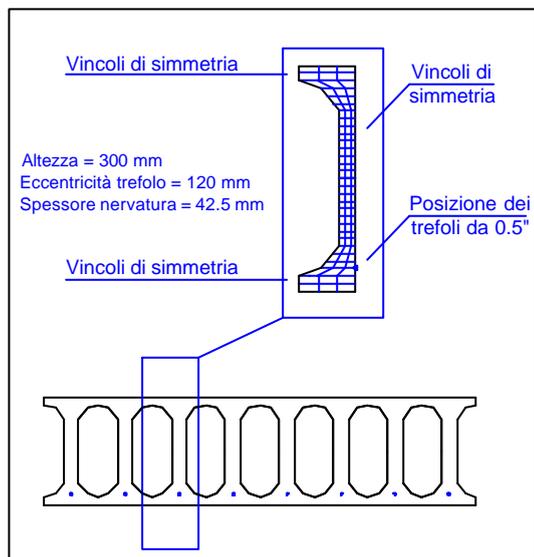
## 2. GEOMETRIA DELLE LASTRE DI SOLAIO ALVEOLARE ANALIZZATE

I solai alveolari sono prodotti in lastre aventi altezza e forma delle nervature di vario tipo (alcune delle quali sono riportate in Figura 4).



**Figura 4.** Sezioni di lastre alveolari da solaio (da ASSAP [5]).

In questo lavoro si analizzerà il solaio alveolare avente la nervatura riportata in Figura 5. Nello studio parametrico verrà fatta variare la posizione del trefolo, aumentando o diminuendo di 1 cm la sua posizione lungo l'altezza del solaio, e lo spessore della nervatura, aumentandola o diminuendola di 1 cm rispetto alle dimensioni della nervatura di base riportata in questo paragrafo.



**Figura 5.** Sezione della lastra alveolare di riferimento ed estrazione del modello numerico.

Le analisi parametriche effettuate nei paragrafi seguenti si rifanno alle variazioni di geometria

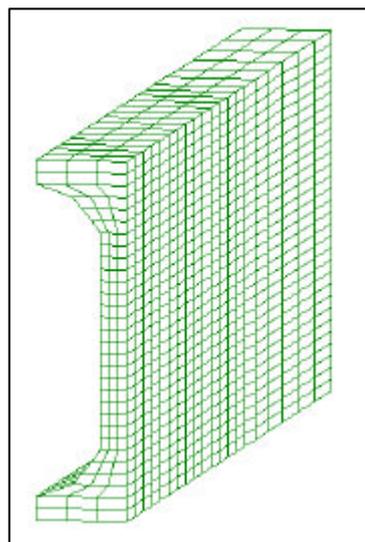
riportate di seguito (S = Spessore della nervatura; E = Eccentricità del trefolo):

S = 42.5 mm E = 110 mm	S = 42.5 mm E = 120 mm	S = 42.5 mm E = 130 mm
S = 52.5 mm E = 110 mm	S = 52.5 mm E = 120 mm	S = 52.5 mm E = 130 mm
S = 62.5 mm E = 110 mm	S = 62.5 mm E = 120 mm	S = 62.5 mm E = 130 mm

**Tabella 1.** Variazioni di geometria per i nove casi analizzati.

### 3. CENNI SUL MODELLO NUMERICO UTILIZZATO

Il solaio viene modellato utilizzando elementi finiti esaedrici 8 nodi, estraendo una singola nervatura di solaio e vincolandola in modo da riprodurre in correttamente il comportamento tridimensionale del solaio. In particolare sono stati inseriti vincoli di simmetria lungo i lati della nervatura e lungo la sezione opposta a quella di testata, in modo da simulare la continuità della nervatura. Per ridurre ulteriormente il numero di gradi di libertà si è utilizzato il vincolo di simmetria anche sulla stessa nervatura, come si può notare dalla Figura 5 e dalla Figura 6 che raffigura il modello tridimensionale utilizzato.



**Figura 6.** Rappresentazione del modello numerico ad elementi finiti utilizzato (7812 gdl per 1800 elementi).

Nelle modellazioni tridimensionali, la maggior correttezza dell'analisi si paga con un incremento dell'onere computazionale rispetto a modellazioni piane. Il modello utilizzato per le analisi possiede circa 8000 gradi di libertà ed è formato da 1800 elementi esaedrici. La sezione della nervatura corrisponde al travetto base descritto al paragrafo precedente, la profondità del modello è stata assunta di 100 centimetri, distanza sufficiente a permettere una completa diffusione della precompressione all'interno della sezione.

Un'analisi lineare eseguita su un Pentium III<sup>®</sup> 533 MHz si conclude in meno di un minuto.

Benché le deformazioni non siano molto elevate, le analisi sono state eseguite in ambito non lineare.

Come legame costitutivo per il calcestruzzo si assume una generalizzazione in tre dimensioni dei legami uniassiali utilizzati nelle teorie di analisi di stati di sforzo in regime membranale (CFT, MCFT, RA-STM); ne risulta un legame a fessura rotante e diffusa all'interno dell'elemento finito. Il procedimento seguito per il calcolo della matrice di rigidità del materiale nel sistema di riferimento globale è il seguente:

? Dalla soluzione elastica lineare ottenuta dall'analisi per elementi finiti, si ricavano le 3 deformazioni principali e le 3 direzioni principali.

? Si forma la matrice di rigidezza del materiale nel sistema di riferimento principale, associando ad ogni direzione principale una legge costitutiva uniassiale. Il modulo di Poisson viene assunto nullo, per cui la matrice del materiale in questo sistema di riferimento risulta diagonale. I legami costitutivi considerati per il calcestruzzo in compressione sono:

$$\mathbf{s}_d = \mathbf{z} \cdot f'_c \left[ 2 \left( \frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{z} \cdot \mathbf{e}_0} \right) - \left( \frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{z} \cdot \mathbf{e}_0} \right)^2 \right] \text{ se}$$

$$(\mathbf{e}_d \leq \mathbf{z} \cdot \mathbf{e}_0)$$

$$\mathbf{s}_d = \mathbf{z} \cdot f'_c \left[ 1 - \left( \frac{\frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{z} \cdot \mathbf{e}_0} - 1}{\frac{2}{\mathbf{z}} - 1} \right)^2 \right] \text{ se}$$

$$(\mathbf{e}_d > \mathbf{z} \cdot \mathbf{e}_0)$$

$$\text{Il parametro } \mathbf{z} = \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \mathbf{e}_{eq}}} \text{ viene detto}$$

parametro di softened e serve a ridurre la resistenza a compressione del calcestruzzo qual'ora siano presenti delle deformazioni trasversali di trazione. La deformazione equivalente di trazione viene assunta pari a

$$\mathbf{e}_{eq} = \sqrt{\langle \mathbf{e}_1 \rangle^2 + \langle \mathbf{e}_2 \rangle^2 + \langle \mathbf{e}_3 \rangle^2}, \text{ dove } \langle \mathbf{e}_i \rangle \text{ vale } 0$$

se la deformazione è di compressione,  $\mathbf{e}_i$  se è di trazione.

Per il calcestruzzo in trazione si utilizza il seguente legame:

$$\mathbf{s}_r = E_c \cdot \mathbf{e}_r \text{ se } (\mathbf{e}_r \leq \mathbf{e}_{cr})$$

$$\mathbf{s}_r = f_{cr} \left( \frac{\mathbf{e}_r}{\mathbf{e}_{cr}} \right)^{0.4} \text{ se } (\mathbf{e}_r > \mathbf{e}_{cr})$$

Si assume inoltre  $E_c = 9500 \cdot \sqrt[3]{f_c}$  [MPa] (Modulo elastico del calcestruzzo),

$f_{cr} = 0.25 \cdot \sqrt[3]{f_c^2}$  [MPa] (Tensione di fessurazione).

Il generico modulo G, viene formato come:

$$G_{ij} = \frac{E_i \cdot E_j}{E_i + E_j}$$

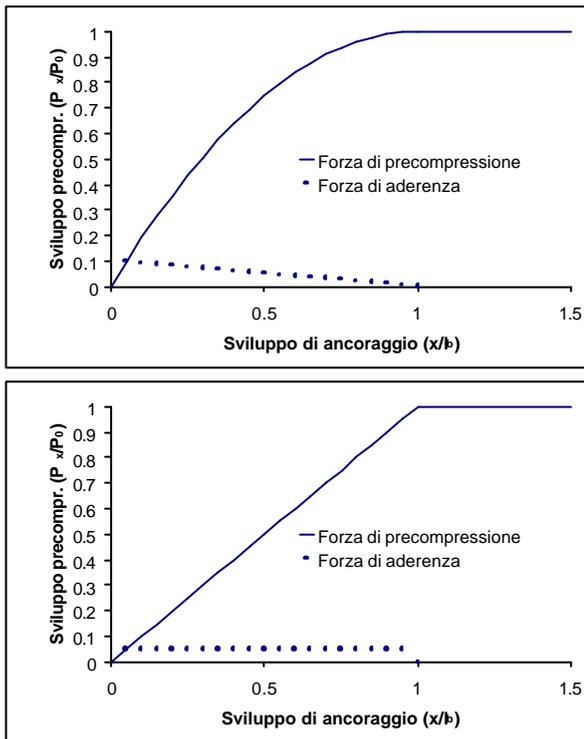
Formata la matrice  $\underline{\underline{D}}$  nel sistema di riferimento principale, si ricavano le proprietà del materiale nel sistema globale tramite la relazione  $\underline{\underline{D}}_{XYZ} = \underline{\underline{T}}^T \cdot \underline{\underline{D}}_{123} \cdot \underline{\underline{T}}$  dove  $\underline{\underline{T}}$  è una matrice di rotazione.

Il problema della non obiettività della mesh è stato trattato tramite un approccio non locale

Per avere un risultato corretto della tensione di *spalling* la forza di precompressione non può essere inserita nel modello come una semplice forza imposta all'estremità del solaio, ma deve essere discretizzata anche la sua diffusione tramite le forze di aderenza.

Ai fini di un corretto calcolo della tensione di *spalling*, è di estrema importanza una corretta rappresentazione dello sviluppo delle forze di aderenza.

Per questo motivo non si adatterà la semplificazione di considerare uno sviluppo lineare di suddette forze nella zona di ancoraggio, ma si considera un più corretto andamento parabolico. Difatti, anche se permesso dalle normative, una legge lineare non risulta a favore di sicurezza per quanto riguarda il calcolo delle tensioni di *spalling* perché sottostima lo sviluppo della precompressione alla testata della trave e quindi sottostima le tensioni verticali che si sviluppano nelle nervature.



**Figura 7.** Sviluppo della precompressione nella zona di ancoraggio. Legge parabolica e legge lineare.

L'influenza della discretizzazione dello sviluppo della precompressione sarà evidente nel paragrafo seguente dove le due modellazioni sono state messe a confronto.

#### 4. ANALISI QUALITATIVA DEI RISULTATI

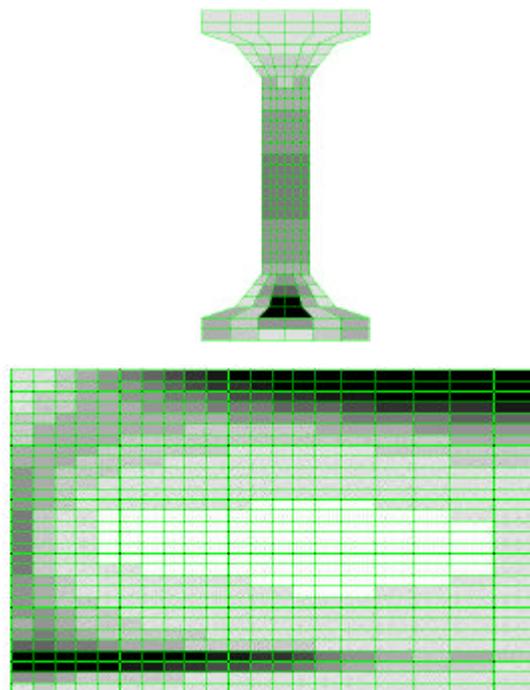
Vengono ora proposti i risultati preliminari eseguiti sul modello proposto. In questo paragrafo si presenteranno alcuni risultati qualitativi, per capire la fisica del fenomeno, nonché

l'accuratezza ed i limiti della modellazione effettuata.

Basandosi sul solaio descritto nel primo paragrafo, si riportano alcune figure rappresentative delle analisi effettuate. Le caratteristiche meccaniche e geometriche sono riassunte di seguito:

h	300 mm
c	30 mm
b	42.5 mm
C30/37	Classe del calcestruzzo al disarmo
S <sub>poj</sub>	1250 MPa
A <sub>p</sub>	93 mm <sup>2</sup> (un trefolo 0.5")
P <sub>0</sub>	116250 N
E <sub>0</sub>	120 mm eccentricità di P <sub>0</sub>
l <sub>bp</sub>	875 mm (dalla normativa)

L'analisi ad elementi finiti ci permetterà di capire in modo chiaro i meccanismi che si verificano e le tensioni in gioco durante la fase di precompressione.



**Figura 8.** Zone di massima concentrazione della deformazione di trazione (crescendo dal chiaro allo scuro) vista della testata e della sezione centrale.

In Figura 8 viene riportata una rappresentazione di una nervatura con indicate le zone dove maggiormente sono presenti le deformazioni di trazione.

In questa figura si è voluto rappresentare una variabile di trazione media delle 3 trazioni principali, tramite di essa è possibile quindi un riscontro visivo tra i valori di trazione di *spalling* e le trazioni che nascono in altri luoghi della struttura. È inoltre immediato rendersi conto di come le trazioni si diffondono all'interno della nervatura. Possiamo evidenziare in particolare 4 zone.

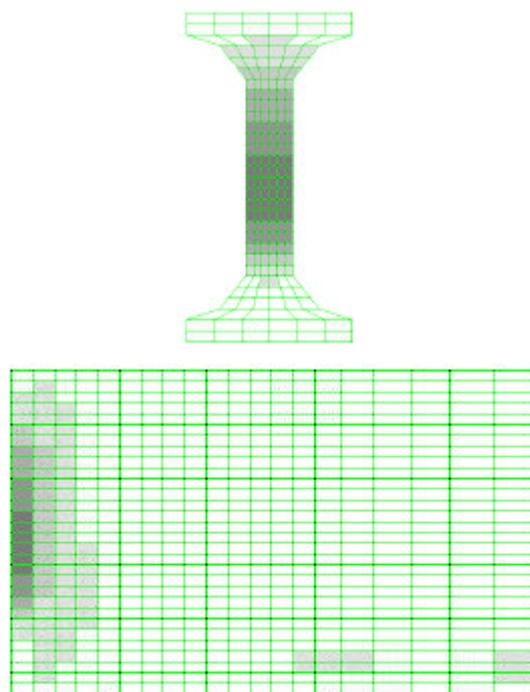
La zona (1) ove sono presenti le massime sollecitazioni di trazione è senz'altro la zona di diffusione degli sforzi di precompressione, dove il trefolo, contrastando sul calcestruzzo tramite l'aderenza diffonde il suo carico. In questa zona sono evidenti le tensioni di *splitting*, dovute alla diffusione delle tensioni di compressione.

Allontanandosi dalla testata della nervatura, dopo la lunghezza di ancoraggio, la sezione (interamente reagente) risulta presso inflessa, con conseguenti trazioni nel lembo teso superiore (2). Si noti come le tensioni migrano dalla zona (1) alla zona (2) passando per quelle che chiameremo zona (3) e zona (4). Si noti che oltre alle trazioni al lembo teso, sono presenti lievi trazioni anche al lembo compresso. La rappresentazione grafica non deve stupire, in quanto si ricorda che si è rappresentata una media delle deformazioni spaziali di trazione.

La zona (3) è quella ove si verificano le tensioni di *spalling*; è posizionata nella parte di travetto vicino alla testata e le massime tensioni si verificano appena al di sotto della metà altezza. In questa zona la variabile di deformazione media possiede principalmente una componente verticale, come si verifica anche dalla Figura 9. L'entità di queste trazioni è sicuramente inferiore a quelle nelle zone (2) e (3), tuttavia risultano molto pericolose (per i motivi precedentemente esposti) e va verificata la sicurezza di fronte all'insorgere di eventuali fessure, che si propagherebbero in profondità con estrema facilità.

La zona (4) è una zona di transizione che collega la zona (1) con la (3) e la (3) con la (4).

Possiamo intuire immediatamente dalla rappresentazione grafica che la concentrazione di tensioni nella zona di *spalling* (3) è dovuto alla presenza della testata del provino, cioè alla mancanza di zone ove le tensioni della zona (4) si possano diffondere. Non potendo aggiungere del materiale oltre alla testata si può, quando le tensioni di *spalling* risultino troppo elevate, inguainare dei trefoli per una certa lunghezza, così facendo le zone (4) e (3) verrebbero spostate più all'interno, dove vi è più materiale in grado di accogliere la diffusione delle tensioni come evidenziato nel paragrafo 7).

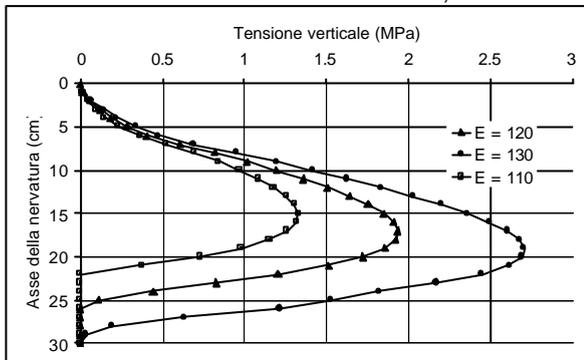


**Figura 9.** Zone di massima concentrazione della deformazione verticale di trazione (crescendo dal chiaro allo scuro) vista della testata e della sezione centrale.

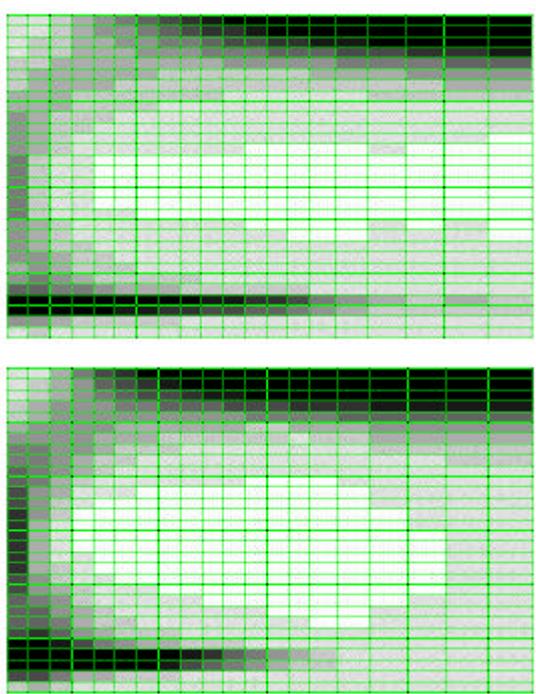
In Figura 9 si riportano i risultati della stessa elaborazione precedente, graficando però solamente le deformazioni di trazione in direzione verticale, quelle che danno luogo al fenomeno dello *spalling*. A prova di quanto affermato precedentemente sulla natura della zona (3) si può notare che le uniche trazioni presenti (di una certa consistenza) sono localizzate proprio lungo la testata del solaio.

Affrontiamo ora il problema della modellazione della forza di precompressione. In una precompressione con trefoli pre-tesi, la tensione di precompressione si diffonde gradualmente all'interno della struttura tramite le forze di aderenza che si creano tra il trefolo ed il calcestruzzo, lungo una lunghezza  $l_p$  denominata lunghezza di ancoraggio. L'effettiva diffusione delle tensioni tramite le forze di aderenza non è noto, ma è ben rappresentati dall'andamento parabolico visto al paragrafo precedente. La normativa spesso permette di utilizzare l'analogo andamento lineare rappresentato in figura 7, perché per verifiche sezionali a flessione o a taglio, risulta a favore di sicurezza in quanto sottostima la diffusione della precompressione nella testata della nervatura.

Nel caso di una verifica a *spalling* occorre però procedere con più cautela, perché lo *spalling* è causato proprio dall'elevata tensione di diffusione presente alla testata della nervatura, difatti un procedimento costruttivo per diminuire le tensioni di trazioni verticali, consiste



nell'ingrainare alcuni trefoli per una certa distanza, in modo da allontanare l'ancoraggio dalla testata. L'ipotesi di considerare la diffusione della precompressione ad andamento lineare non risulta più a favore di sicurezza, in quanto sottostima le tensioni di precompressione nella testata del solaio.



**Figura 10.** Zone di massima concentrazione della deformazione di trazione; in alto il modello con legge di diffusione lineare in basso parabolica.

Come si può notare dalla Figura 10 le deformazioni di trazione verticali aumentano notevolmente se la diffusione della precompressione viene considerata con legge parabolica.

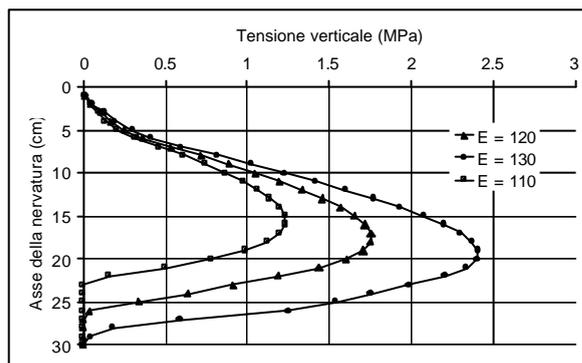
Dalle analisi numeriche effettuate la differenza di deformazione verticale tra i due modelli risulta compresa tra il 30 ed il 45%.

## 5. ANALISI DELLE TENSIONI DI SPALLING

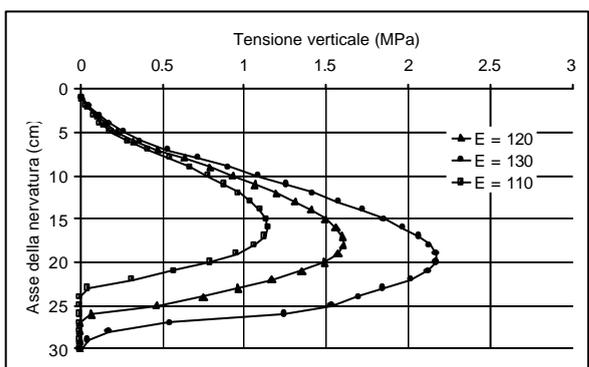
Utilizzando le geometrie definite in Tabella 1 vengono eseguite 9 analisi in modo da identificare l'influenza dello spessore della nervatura e dell'eccentricità del trefolo sulle tensioni di trazione verticali nella nervatura.

Di seguito si sono riassunti i risultati delle analisi graficando l'andamento delle tensioni verticali lungo l'altezza della nervatura.

**Figura 11.** Tensioni di spalling per i casi aventi spessore della nervatura pari a 42.5 mm.



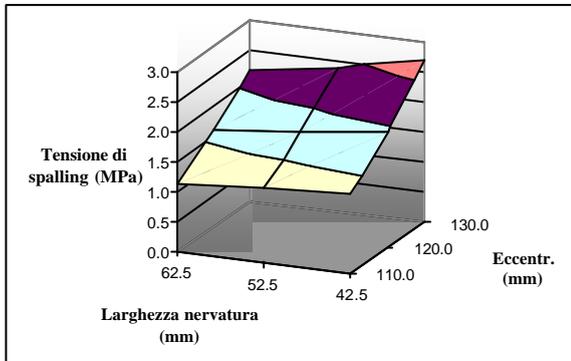
**Figura 12.** Tensioni di spalling per i casi aventi spessore della nervatura pari a 52.5 mm.



**Figura 13.** Tensioni di spalling per i casi aventi spessore della nervatura pari a 62.5 mm.

I grafici di Figura 11 – 12 – 13 mettono evidenza come una variazione di un centimetro

nel posizionamento del trefolo o nella larghezza della nervatura faccia variare anche di un 30% la tensione verticale nelle nervature. Inoltre la sensibilità rispetto alla variazione della posizione del trefolo risulta più marcata rispetto ad una variazione dello spessore della nervatura.



**Figura 14.** Andamento delle tensioni di spalling al variare della larghezza della nervatura e dell'eccentricità del trefolo.

I risultati graficati nelle figure precedenti sono riassunti nella figura 14 che racchiude in un grafico tridimensionale la variazione della tensione verticale nella nervatura per i casi studiati. Da notare che nell'intervallo di variazione considerato il grafico della tensione di spalling risulta approssimativamente lineare. L'andamento lineare del grafico ci pone nella possibilità di affermare che per il solaio analizzato la tensione verticale possiede una sensibilità di:

0.60 MPa / cm

in caso di variazione nel posizionamento in altezza del trefolo e di:

0.20 Mpa / cm

in caso di variazione della larghezza di nervatura.

## 6. LA NORMATIVA EUROPEA

Il controllo della tensione verticale nelle nervature viene regolamentato attraverso la Norma Europea EN 1168, Art. 4.3.3.2. tramite la regola applicativa riportata di seguito.

La tensione di spalling dovrà essere controllata per la nervatura più armata, effettuando una sovrapposizione degli effetti nel caso siano presenti trefoli di diametro diverso.

La tensione verticale  $s_{sp}$  deve essere minore del valore caratteristico inferiore della resistenza a trazione del calcestruzzo:

$$s_{sp} \leq f_{ctk0,05}$$

$$f_{ctk0,05} = 0.7 \cdot f_{ctm} = 0.7 \cdot 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

La normativa, sulla base di evidenze sperimentali, fornisce la seguente formula per il calcolo della tensione verticale  $s_{sp}$ :

$$s_{sp} = \frac{P_0}{b_i \cdot e_0} \cdot \frac{15 \cdot a_e^{2/3} + 0.07}{1 + \left(\frac{l_{bp}}{e_0}\right)^{1.5} \cdot (1.3 \cdot a_e + 0.1)}$$

dove:

$b_i$  è la larghezza minima della nervatura

$P_0 = s_{p0} \cdot A_p$  è la forza trasmessa dagli acciai nella nervatura considerata

$s_{p0}$  è la tensione negli acciai al momento della verifica

$A_p$  è l'area dell'acciaio di precompressione

$e_0$  è l'eccentricità dell'acciaio di precompressione

$a_e = (e_0 - k) / h$  è il rapporto di eccentricità

$k = W / A$  è la semi altezza del nocciolo d'inerzia

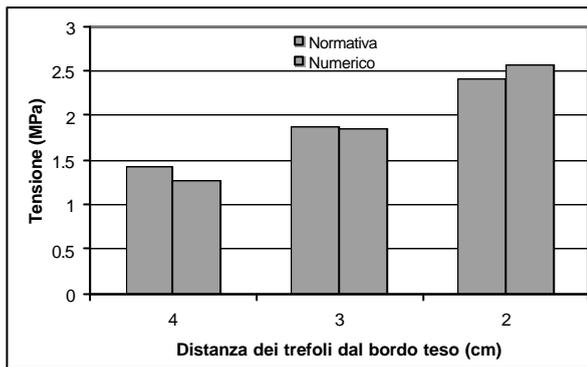
$h$  È l'altezza della nervatura

$l_{bp} = b_b \cdot \Phi$  è il valore medio della lunghezza di trasmissione

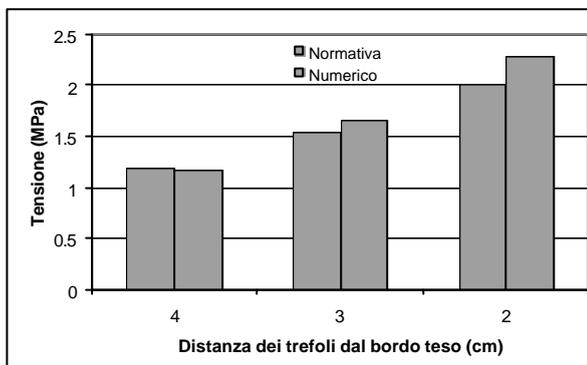
$b_b$  È il coefficiente di trasmissione

$\Phi$  È il diametro nominale della treccia o del trefolo

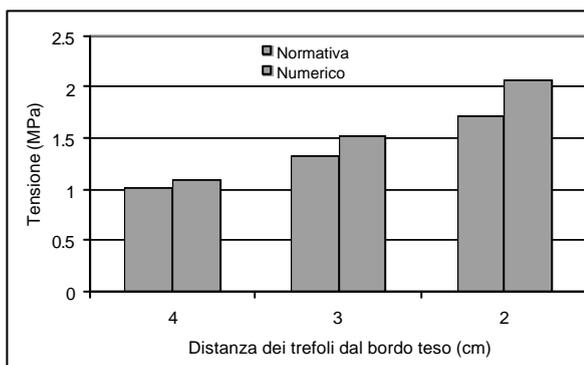
La tensione di trazione verticale è stata in questo modo calcolata per ognuna delle 9 nervature analizzate. Di seguito sono messi a confronto i valori calcolati con le analisi ad elementi finiti e quelli calcolati tramite la normativa.



**Figura 15.** Confronto tra le tensioni di spalling calcolate dalla normativa e quelle derivanti dal modello numerico (spessore nervatura 4 cm).



**Figura 16.** Confronto tra le tensioni di spalling calcolate dalla normativa e quelle derivanti dal modello numerico (spessore nervatura 5 cm).



**Figura 17.** Confronto tra le tensioni di spalling calcolate dalla normativa e quelle derivanti dal modello numerico (spessore nervatura 6 cm).

Il confronto tra i risultati numerici ed i valori forniti dalla normativa, mostra una buona verosimiglianza del valore di tensione di spalling calcolato tramite la normativa. Tuttavia si è riscontrato che per bassi valori delle tensioni, la normativa fornisce valori quasi uguali o

leggermente superiori alle tensioni riscontrate numericamente, comportamento che però si inverte quando i valori delle tensioni si avvicinano ai limiti della resistenza a trazione del calcestruzzo. In Figura 17 si può notare ad esempio che, quando il trefolo è posizionato a 2 cm dal bordo inferiore del solaio, la verifica di normativa sottostima di un 20% le tensioni verticali calcolate da un'analisi numerica accurata.

## 7. INSERIMENTO DELLA GUAINA

Al fine di limitare la tensione di trazione verticale nella nervatura è possibile inguainare uno o più trefoli in modo che la tensione di precompressione inizi a diffondersi più all'interno.

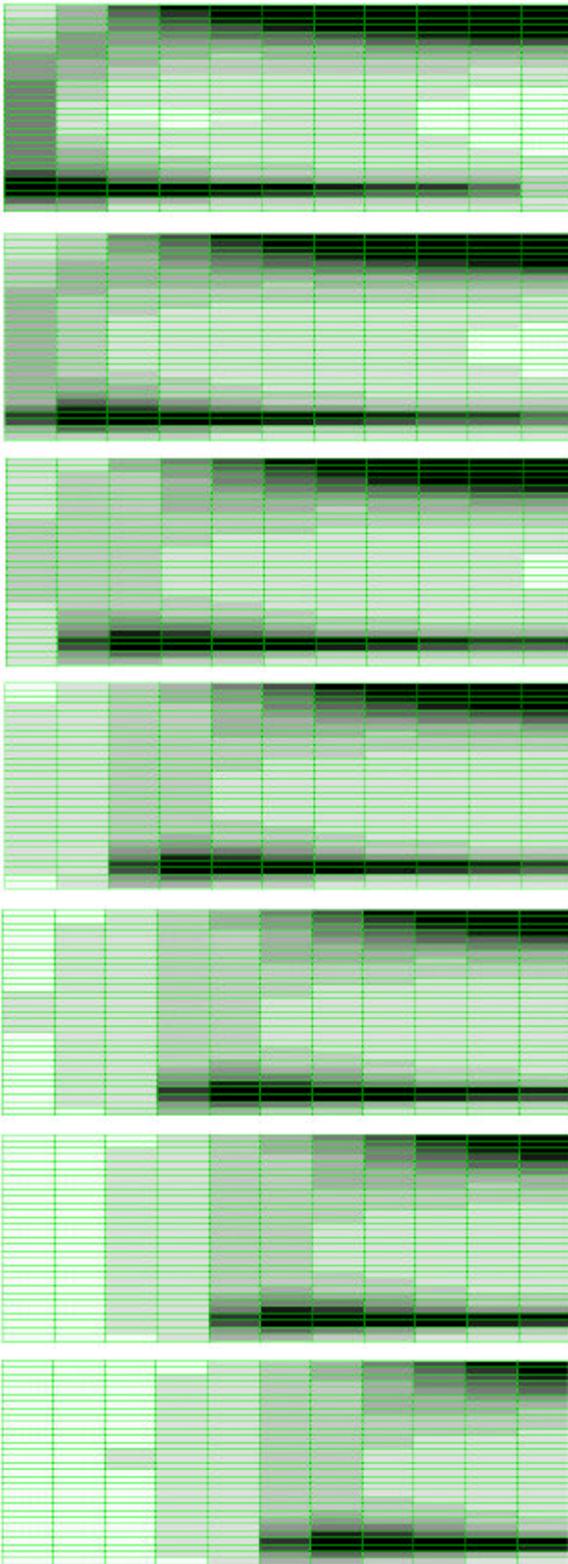
In questo lavoro si ipotizza di inguainare tutti i trefoli presenti, in modo da avere un'idea di come possano variare le tensioni di trazione verticale. Dovendo la lunghezza di trasferimento degli sforzi essere sempre pari ad  $l_{bp}$  l'inguainamento viene inserito nel modello tramite una semplice traslazione della zona interessata al trasferimento degli sforzi di precompressione. Per avere un chiaro quadro dell'effetto delle guaine si sono studiati i seguenti 7 casi:

- Caso 1) Senza guaina, caso di riferimento
- Caso 2) Lunghezza guaina 7.5 cm
- Caso 3) Lunghezza guaina 15 cm
- Caso 4) Lunghezza guaina 22.5 cm
- Caso 5) Lunghezza guaina 30 cm
- Caso 6) Lunghezza guaina 37.5 cm
- Caso 7) Lunghezza guaina 45 cm

Il modello numerico utilizzato nelle analisi è analogo a quello precedentemente visto. Per comodità è stata eseguita una suddivisione in profondità con elementi di eguale dimensione.

I risultati sono riportati nella pagina seguente.

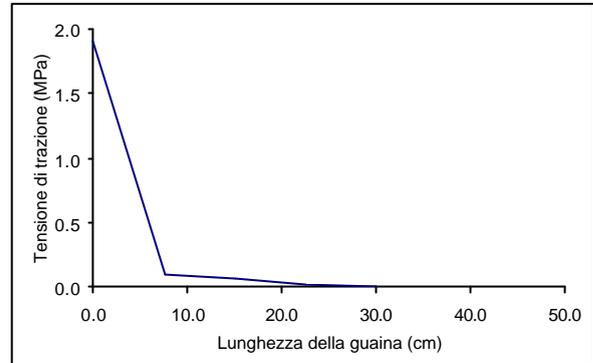
Dalla rappresentazione delle trazioni nei 7 casi studiati è possibile come la guaina governi il fenomeno dello *spalling*. Inguainando il trefolo per una certa lunghezza la zona di trasferimento della precompressione viene allontanata dalla testata e conseguentemente diminuiscono le deformazioni di trazione verticale nelle nervature. Notiamo sia dalle rappresentazioni di Figura 18 che dal grafico di Figura 19 che per annullare il rischio di fessurazione da *spalling* è sufficiente una guaina di 20 – 30 cm.



**Figura 18.** Zone di massima concentrazione della deformazione di trazione; Dall'alto in basso aumenta la lunghezza della guaina da 0 a 45 cm (7.5 cm alla volta).

Passando dal caso senza guaina al caso con guaina di 45 cm le tensioni di trazione verticali si spostano all'interno della nervatura, e rimangono confinate a valori inferiori ai 0.06 Mpa.

La massima tensione di *spalling* risultante nella sezione di testa della nervatura può essere inserita in un grafico in funzione della lunghezza della guaina:



**Figura 19.** Andamento della massima tensione di *spalling* in funzione della lunghezza della guaina.

Il grafico di Figura 19 conferma quanto si era evidenziato precedentemente in maniera qualitativa. Da notare che è sufficiente allontanare l'inizio della precompressione di pochi centimetri dalla testata per avere una brusca diminuzione del rischio di fessurazione da *spalling*.

## 8. CONCLUSIONI

Le tensioni di *spalling* risultano molto pericolose in quanto tendono a dividere la parte inferiore del solaio ove sta iniziando a diffondersi la tensione di precompressione dalla parte superiore ancora inerte. La pericolosità di queste tensioni è aumentata dal rischio di un innesco di fessurazione causato da urti accidentali della testata del solaio durante la movimentazione in fabbrica, il trasporto, il sollevamento, e la posa in opera delle lastre alveolari. È di fondamentale importanza cautelarsi adeguatamente rispetto a questa evenienza.

Un'analisi tridimensionale ad elementi finiti è stata presentata in questo lavoro, seguita da uno studio parametrico che ha dimostrato come la tensione verticale di trazione sia fortemente influenzata dall'eccentricità del trefolo e dal modo in cui la tensione di precompressione si diffonde per aderenza.

In particolare si è visto che l'ipotesi di diffusione lineare lungo la zona di ancoraggio,

normalmente accettata dalla normativa, porta a sottodimensionare notevolmente (30 – 45%) i valori della tensione di trazione.

Si è posta l'attenzione anche sul procedimento applicativo proposto dalla normativa europea per la verifica di tali tensioni, illustrando come le corrispondenze tra valori di normativa e valori calcolati siano simili per tensioni di trazioni sensibilmente inferiori al limite di fessurazione (sino al 70% di  $f_{ctk0,05}$ ) ma si discostano quando ci si avvicina al limite. In particolare la formula proposta sottostima, in questi casi, di un 20% le tensioni risultanti dall'analisi ad elementi finiti.

L'analisi effettuata su di un solaio in cui si è provveduto ad inguainare una porzione di trefolo porta a risultati molto soddisfacenti, evidenziando come basti allontanare di pochi centimetri l'inizio della diffusione della precompressione dalla testata, per annullare il rischio di fessurazione da *spalling*.

## BIBLIOGRAFIA

- [01] **F. BIONDINI**, "Conceptual seismic design of damage-tolerant bridges", 7th International Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures, Assisi, Italy, October 2-5, 2001.
- [02] **F. BONTEMPI, P.G. MALERBA, L. ROMANO**, "Formulazione diretta secante dell'analisi non lineare di telai in C.A. e C.A.P.", Studi e Ricerche, n. 16, 1994.
- [03] **F. BONTEMPI, P.G. MALERBA, L. ROMANO**, "Il modello MCFT nell'analisi per elementi finiti di strutture piane in C.A.", Studi e Ricerche, n. 16, 1994.
- [04] **F. BONTEMPI, L. SGAMBI**, "Analisi tridimensionale di pile da ponte a doppia lama", Giornate AICAP 2002, Bologna.
- [05] **G. CAPUANO ET AL.**, "Il solaio alveolare. Progettazione ed impieghi", ASSAP, 1998.
- [06] **T.T.C. HSU** "Toward A Unified Nomenclature for Reinforced – Concrete Theory", Journal of Structural Engineering, March 1996.
- [07] **A.A. ELWI, W. MURRAY**, "A 3D hipoelastic concrete constitutive relationship", Journal of the Engineering Mechanics Division, 1979.
- [08] **C. GOMEZ**, "Sulle differenze di capacità portante deducibili dalle teorie a fessurazione diffusa", Tesi di specializzazione scuola F.lli Pesenti Politecnico di Milano, 2001.
- [09] **D.D. LEE**, "Stresses and Crack Angles in Concrete Membrane Elements", Journal of Structural Engineering, May 2000
- [10] **P.G. MALERBA**, "Analisi limite e non lineare di strutture in cemento armato", CISM Udine, 1998.
- [11] **P.G. MALERBA**, "Analisi Membranale di Elementi in HSC in Regime Fessurato ", CISM – DESEG, Udine 05 - 08 Settembre 2000.
- [12] **RAMIREZ**, "Structural Forum", Journal of Structural Engineering, December 1998
- [13] **L. SGAMBI**, "Modellazione ridimensionale di strutture in C.A. e C.A.P. in campo non lineare", Tesi di specializzazione scuola F.lli Pesenti Politecnico di Milano, 2000.
- [14] **L. SGAMBI**, "Modellazione ridimensionale di strutture in C.A. in campo non lineare", Atti del convegno Hilti : Innovazione nello sviluppo e nella progettazione degli ancoraggi su calcestruzzo, La Sapienza, Roma, 16 novembre 2001.
- [15] **F.J. VECCHIO, M.P. Collins** "Predict the response of reinforced beams subjected to shear using modified compression field theory", ACI Structural Journal, 1988.
- [16] **F.J. VECCHIO**, "Non linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes ", ACI Structural Journal, 1989.