

INFLUENZA DELLA MODELLAZIONE NELL'ANALISI STRUTTURALE DI UN CASSONE DA PONTE

Roccalberto Milone¹, Luca Sgambi²

¹ Ingegnere Civile, Libero professionista, Roma. ramilone@yahoo.it

² Diplomato alla Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C.A. "F.lli Pesenti", Politecnico di Milano; Dottorando in Ingegneria Strutturale, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Roma "La Sapienza". luca.sgambi@uniroma1.it

SOMMARIO

In questo lavoro è descritto come differenti modellazioni di una stessa struttura possono far corrispondere differenti risultati in termini sollecitazioni. L'utilizzo di ipotesi semplificative, tipiche di modelli semplificati e di corrente uso, possono portare, a volte, ad errori non trascurabili. La scelta del tipo di modellazione di una è un processo critico che deve tener conto sia delle caratteristiche geometriche che del tipo di carico, ma anche dei tempi macchina e della facilità di interpretazione dei risultati di output.

SUMMARY

In this article is described like different structural model of the same structure can produce different output tension. Models with unsophisticated assumption, for example the beam of Bernoulli-Navier, can lead to results with no tolerable error. The choice of the model is a process that depends not only on the shape and on the load applied on the structure but also on the calculation's time and fast interpretation of the model's output.

1. INTRODUZIONE

La morfologia delle travi dei ponti a cassone rende poco approssimati i risultati provenienti da modellazioni effettuate mediante la trave di Bernoulli-Navier. Le ipotesi alla base del modello, non sono sufficientemente soddisfatte, specialmente per quanto riguarda la rigidità della sezione trasversale, quando i carichi non presentano simmetrie rispetto all'asse longitudinale del cassone. In questo caso, la perdita di forma della sezione, non permette di valutare correttamente il moto deformativo della struttura. Il fenomeno della perdita di forma ha acquistato, per i ponti a cassone, sempre maggiore importanza a causa di differenti motivi: la disponibilità di materiali sempre più resistenti, il diffondersi della precompressione esterna, l'uso di tecniche costruttive per conci. L'utilizzo di materiali sempre più resistenti permette infatti di avere cassoni sempre più snelli e leggeri. A discapito dei carichi da traffico, la precompressione esterna permette anch'essa di ridurre lo spessore delle pareti verticali non dovendo queste contenere i cavi. Le tecniche costruttive per conci, infine, non permettono la realizzazione di setti irrigidenti intermedi, ma solo dei telai irrigidenti nelle sezioni terminali, provocando un incremento della deformabilità trasversale. La scarsa approssimazione del modello di trave di Bernoulli-Navier per carichi non simmetrici, verrà evidenziata

mediante comparazione con altri modelli aventi ipotesi meno restrittive.

2. DESCRIZIONE DEL COMPORTAMENTO SEZIONALE DI UNA TRAVE A CASSONE

Si consideri la sezione trasversale di un ponte a cassone unicellulare. Quando la trave è caricata in maniera non simmetrica rispetto al suo asse, la sezione subisce una distorsione, che non può essere messa in evidenza da un modello trave con sezione rigida. Nelle sezioni piene, in genere, questo fenomeno può essere trascurato, nelle sezioni cave, come in questo caso, le tensioni provocate da questa distorsione possono raggiungere valori non trascurabili.

Per l'illustrazione del problema si farà riferimento ad una condizione di carico come indicato in Figura 1 alla lettera A1. Questa condizione di carico può essere scomposta nelle condizioni B1 e B2. Se si ammette vera l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, la situazione A1, a meno della torsione, è simile alla situazione B2 mentre il caso B1 genera solo tensioni tangenziali e nessuna tensione aggiuntiva in direzione normale. La sezione subisce una rotazione rigida in verso antiorario nel caso B1 ed un abbassamento nel caso B2. In entrambi i casi, per le ipotesi introdotte, la sezione conserva la sua forma.

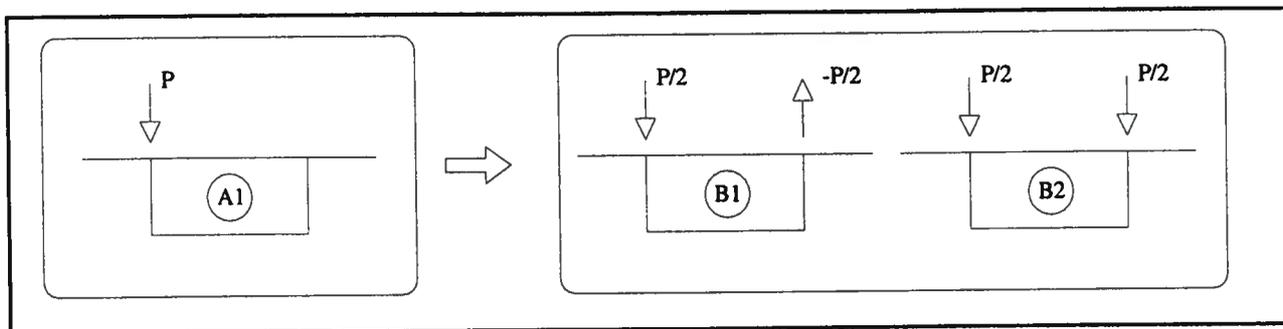


Figura 1 - Scomposizione di un carico non simmetrico

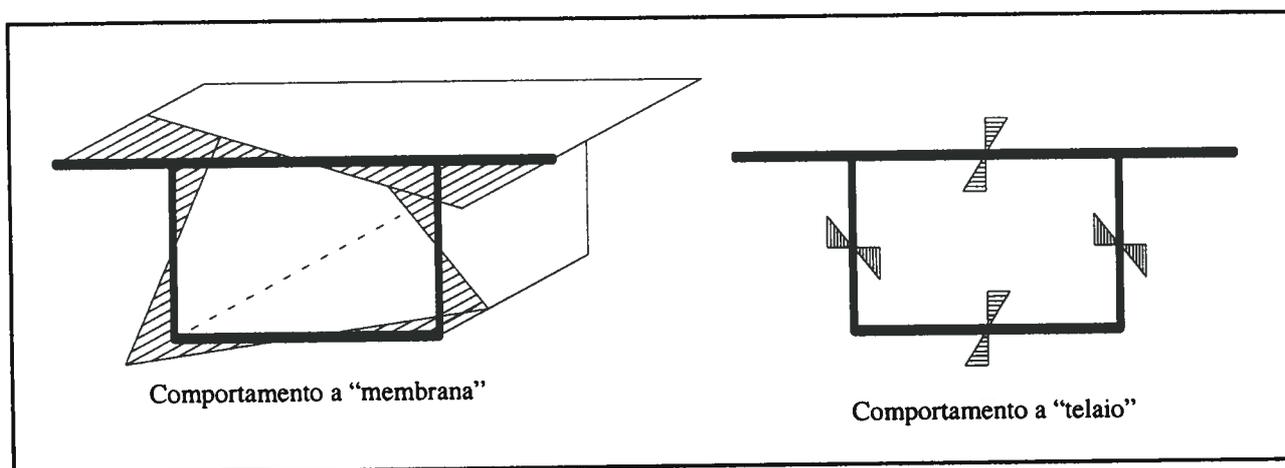


Figura 2 - Tensioni generate dai diversi comportamenti del cassone

Si può cercare di dare una descrizione dello stato tenso-deformativo della sezione più aderente al comportamento reale della struttura.

Nel caso $B1$ la sezione subisce una distorsione con una conseguente generazione di tensioni normali. In quest'analisi dello stato deformativo si prescinde da distorsioni generate localmente nelle zone di applicazione del carico o di vincolo. Si pone l'attenzione sul caso $B1$ di Figura 1. A questa distorsione la sezione reagisce mediante due comportamenti diversi: uno che possiamo definire a "membrana" caratterizzato da una distribuzione di tensioni normali contenuta nel piano delle lastre che compongono la trave e un altro a "telaio" grazie alla continuità agli spigoli delle lastre stesse. In quest'ultimo caso nascono tensioni normali nei piani ortogonali alla linea d'asse della trave. Nella Figura 2 è possibile vedere un andamento qualitativo di tali tensioni. Nel comportamento a "membrana" la distribuzione delle tensioni è emisimmetrica rispetto ai piani principali della sezione. Tali tensioni vanno sommate a quelle calcolate nel caso $B2$, non considerarle significa sottostimare il regime tensionale che la trave deve sopportare. Queste tensioni non possono essere rilevate da un modello di trave alla Bernoulli-Navier. Sarà presentato in questo lavoro un modello trave in grado di valutare queste tensioni grazie al "rilascio" dell'ipotesi di sezione piana. I risultati prodotti da tale modello verranno

confrontati quelli provenienti da modellazioni numeriche lastra-piastra e tridimensionali. Mentre il modello trave, che sarà chiamato "trave con perdita di forma" fornisce una soluzione in forma chiusa gli altri modelli richiedono soluzioni numeriche mediante analisi agli elementi finiti.

3. IL MODELLO "TRAVE CON PERDITA DI FORMA" (T-FD)

Il modello "trave con perdita di forma" permette di analizzare le tensioni normali che nascono in una trave, qualora questa sia soggetta a carichi che tendono a distorcere la forma della sua sezione.

La formulazione riportata in questo lavoro, può però essere applicata solo a travi appoggiate agli estremi con una generica distribuzione del carico (avvalendosi dell'uso dell'analisi armonica). Con questo modello è possibile considerare agli estremi della trave dei diaframmi aventi rigidità qualunque. Il modello permette di valutare l'influenza della presenza di tale irrigidimento e quantificarne la conseguente variazione di stato tensionale. È esclusa la presenza d'irrigidimenti intermedi, come anche l'analisi di travate continue (ipotesi quest'ultima rimovibile in alcuni casi particolari). Le membrature che compongono la trave si considerano a spessore costante.

La formulazione del modello passa attraverso l'esplicitazione delle due diverse rigidità che la trave oppone all'azione esterna (Figura 2). Questi due comportamenti coesistono sempre agendo in "parallelo" e a seconda delle caratteristiche della trave può predominare il primo o il secondo.

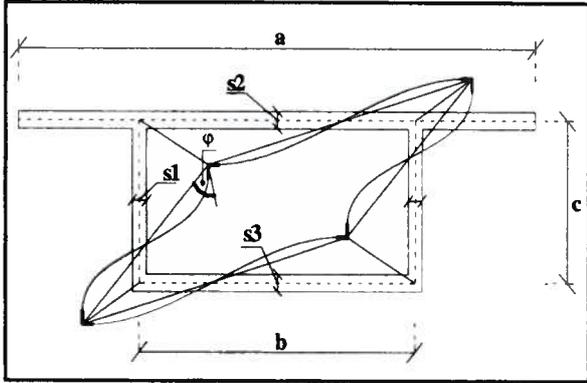


Figura 3 - Trave con perdita di forma, contributo membranale e contributo a telaio

In Figura 3 è mostrata la deformata sezionale della trave con perdita di forma. Nella configurazione deformata è indicato sia il contributo membranale che quello a telaio. Le linee rette che uniscono i vertici della sezione, rappresentano la deformata membranale mentre le linee curve, la deformazione a telaio.

Dall'analisi delle singole deformate si può comprendere meglio lo stato tensionale da cui si genera la distorsione. La deformata membranale, generata da uno stato di tensioni normali contenuto nel piano delle membrature genera uno stato di deformazione a sua volta anch'esso piano, in particolare nello stesso piano della tensione. In questa modellazione le lastre si considerano vincolate mutuamente mediante una cerniera cilindrica che permette la libera rotazione agli spigoli. In questa deformata ciò che varia è solo la distanza relativa tra gli spigoli.

Da notare che nella deformata a telaio le lastre non conservano più la forma piana. Il vincolo interno tra le membrature della trave non è più di cerniera cilindrica ma di continuità. Mentre prima i vertici della sezione subivano degli spostamenti relativi ora i vertici subiscono una rotazione. La rigidità della trave rispetto a questa distorsione viene valutata provocando una distorsione ϕ unitaria ad un cono di trave di lunghezza unitaria modellato a telaio.

E' immediato notare come le sollecitazioni sopportate dalla trave nel modello telaio dipendano, attraverso la propria rigidità dalla rotazione ϕ , meno immediato è notare che anche il modello a membrana assume lo stesso comportamento. La rotazione relativa delle lastre, pari a ϕ , può essere espressa in funzione degli spostamenti dei nodi, a cui le sollecitazioni "a membrana" sono proporzionali. Note le rigidità dei due modelli è possibile calcolare l'angolo ϕ . (La presente trattazione esula da sviluppi analitici, che si possono comunque reperire in letteratura [17], [18]).

La soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di un'equazione differenziale del quarto ordine a coefficienti costanti. La peculiarità di questa equazione è quella di essere formalmente simile a quella di una trave su suolo elastico alla Winkler. Questa analogia permette di utilizzare le numerose

soluzioni presenti in letteratura per il problema di interazione terreno-struttura [15], [17], [18].

4. I MODELLI AD ELEMENTI FINITI LASTRA-PIASTRA (L-P) ED ELEMENTI SOLIDI (S)

Le modellazioni ad elementi finiti, con ipotesi meno restrittive sul comportamento sezionale, ci consentono di valutare l'approssimazione dei modelli trave, prima descritti, in diverse condizioni di carico. Questi modelli ci mostreranno come la scelta della modellazione utilizzata può influenzare i risultati delle analisi.

I modelli ad elementi finiti presentati permettono di dare una descrizione globale del comportamento strutturale della trave anche nel caso, peraltro frequente, di carichi applicati al di fuori delle linee nodali. Nel modello trave per valutare, ad esempio, la flessione trasversale della soletta superiore, bisogna fare un successivo modello per la sola soletta in quanto questo comportamento non contemplato nelle ipotesi iniziali delle teorie analitiche applicate. I modelli numerici invece, se opportunamente costruiti, sono in grado di descrivere qualsiasi comportamento globale e locale della struttura.

Il modello *L-P* scelto utilizza elementi finiti shell che possiedono sia rigidità ad azioni contenute nel proprio piano (comportamento a membrana o lastra) sia fuori dal piano (comportamento a piastra). Le uniche restrizioni che il modello pone sono sull'andamento lineare delle tensioni normali lungo lo spessore degli elementi e di nullità della tensione normale perpendicolare al piano delle lastre stesse.

Il modello *S* utilizza elementi finiti tridimensionali. In questo tipo di modello, a priori nessuna tensione è nulla ed il loro andamento lungo la sezione dipende unicamente dalla discretizzazione assunta.

E' necessario sottolineare che i modelli in forma numerica forniscono dei risultati puntali che necessitano di una interpolazione per essere estesi a tutto il continuo che rappresenta la trave. La scelta del tipo d'interpolazione influenza l'andamento delle tensioni risultanti. In questo caso si è scelto semplicemente di eseguire un'interpolazione lineare tra i valori delle sollecitazioni calcolati nei nodi.

5. DESCRIZIONE DELLE ANALISI EFFETTUATE

Le analisi che saranno descritte in seguito hanno lo scopo di dimostrare come la scelta della modellazione di una trave da ponte sia un procedimento critico che deve tenere conto di numerosi aspetti: la geometria della struttura, il materiale con cui è realizzata, il tipo di carico applicato, il tipo di output del modello, il tempo macchina necessario ad effettuare la analisi. Questi sono solo alcuni degli aspetti di cui bisogna tener conto.

Si pensi che i ponti in acciaio, molto più deformabili di quelli in calcestruzzo non presentano in genere problemi di perdita di forma in quanto le tecniche costruttive adottate, per i ponti in acciaio, consentono di inserire molti irrigidimenti intermedi, cosa non consentita dalle tecniche costruttive a conci adottate per i ponti in calcestruzzo.

I risultati prodotti metteranno in luce come il modello trave possa essere del tutto adeguato in casi di applicazione di carichi simmetrici rispetto all'asse della trave (vedi Figura 2 B2), mentre negli altri casi (ad esempio Figura 1 B1), tale modello risulta inadeguato.

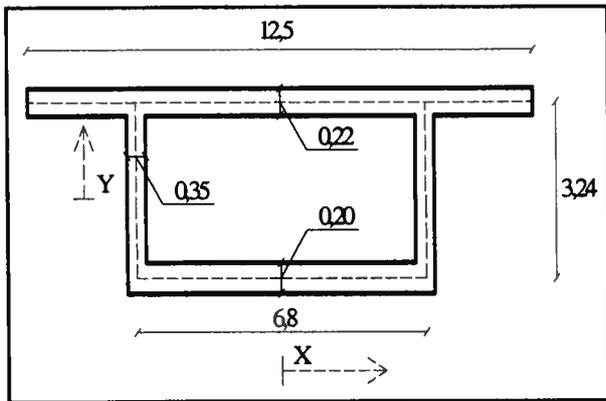


Figura 4 - Geometria della sezione trattata

Nelle analisi presentate, come si è introdotto nella prima parte di questo lavoro, si considererà solo la possibilità di irrigidimenti terminali.

Il caso trattato in questo lavoro riguarda una trave da ponte di 56 metri di luce, alta 3,6 metri, con soletta superiore larga 12,5 metri e soletta inferiore larga 7,15 metri. Per gli irrigidimenti terminali si confronteranno tre diversi casi: diaframma infinitamente rigido, con rigidità finita, con rigidità nulla. Nelle Figure 4, 5, 6 e 7 sono mostrate in dettaglio le caratteristiche dei singoli casi analizzati.

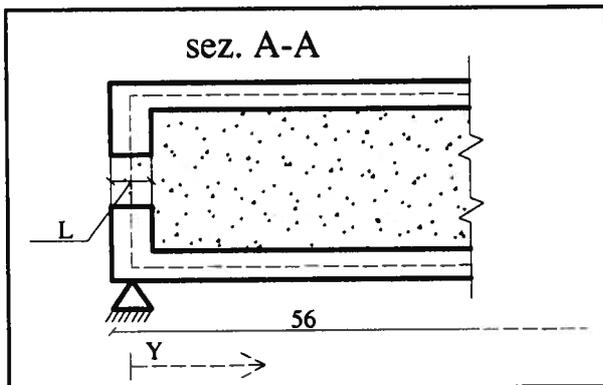


Figura 5 - Particolare dell'appoggio

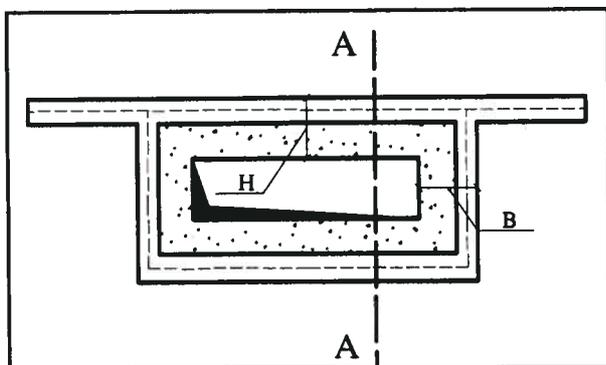


Figura 6 - Geometria dell'irrigidimento terminale

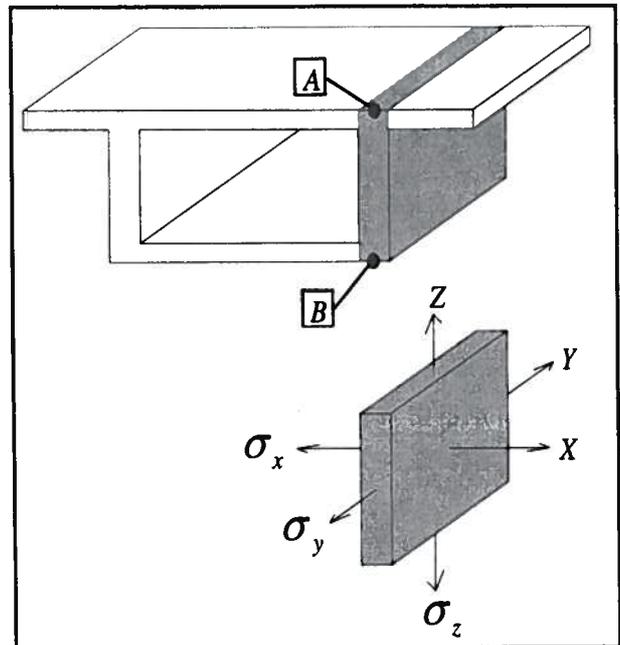


Figura 7 - Sistema di riferimento delle tensioni

I carichi applicati alla trave sono quelli descritti nella Figura 1. L'entità di essi non è rilevante perché si farà riferimento sempre a grandezze tensionali percentuali e perché si è assunto un legame lineare tra la tensione, la deformazione e l'intensità del carico applicato. I risultati prodotti si riferiscono comunque ad un carico distribuito, come in Figura 1 caso A, di 1000 daN/m.

Le tensioni investigate, con riferimento alla Figura 7, sono la tensione σ_y nei punti A e B per quanto riguarda il comportamento "a membrana", e la tensione σ_z lungo i bordi della lastra verticale, evidenziata in Figura 7, per quanto riguarda il comportamento "a telaio".

	B	H	L
DIAFRAMMA RIGIDEZZA <u>NULLA</u>	0,22	0,20	0
DIAFRAMMA RIGIDEZZA <u>FINITA</u>	1,2	1,00	50
DIAFRAMMA RIGIDEZZA <u>"INFINITA"</u>	3,24	6,80	50

Figura 8 - Caratteristiche geometriche dei diaframmi considerati

6. RISULTATI DELLE ANALISI EFFETTUATE

Vengono ora esposti i risultati grafici delle analisi effettuate. Nelle Figure 9, 10 e 11 viene descritto l'andamento delle tensioni normali lungo Z mostrando l'influenza del vincolo interno di sezione rigida. Le tensioni normali sono state calcolate nei punti A e B, come indicato in Figura 8, per tutta la lunghezza della trave.

Si noti l'incremento di tensioni normali nel caso in cui si rimuove l'ipotesi di sezione rigida. Questo incremento si riduce proporzionalmente all'aumentare della rigidità delle sezioni terminali.

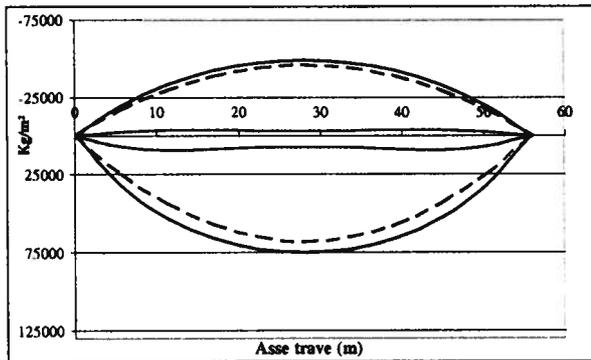


Figura 9 - Andamento delle tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$, diaframma terminale infinitamente rigido

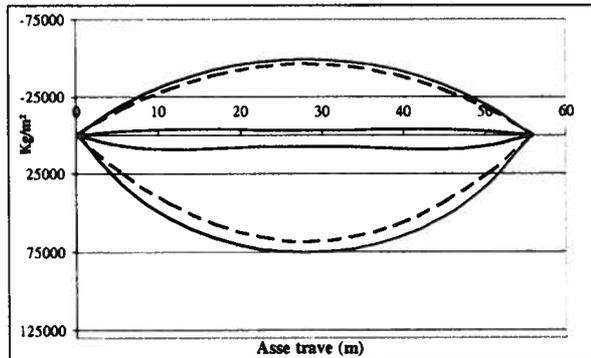


Figura 10 - Andamento delle tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$, telaio terminale di irrigidimento

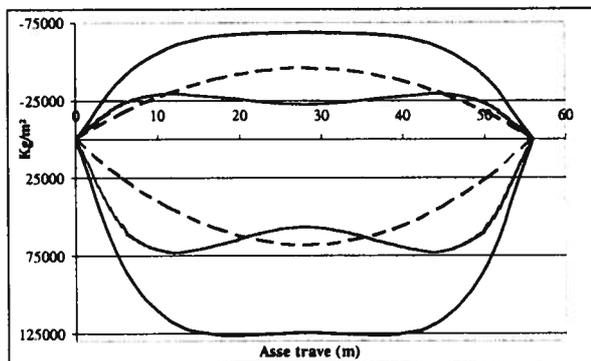


Figura 11 - Andamento delle tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$, diaframma terminale privo di rigidità

Il valore della rigidità del trasverso terminale è quindi determinante nella scelta della modellazione più adeguata. Nel caso di sezione terminale con rigidità nulla o trascurabile il modello *T-BN* risulta poco approssimato.

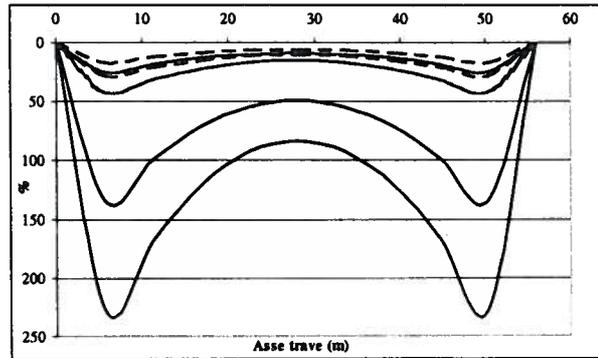
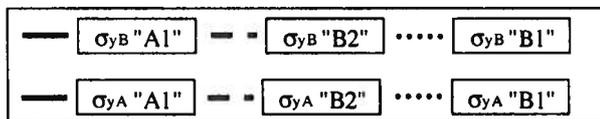


Figura 12 - Incremento percentuale delle tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ rimuovendo il vincolo di sezione rigida con sezione terminale di diversa rigidità



Legenda delle Figure 9, 10, 11 e 12

Nella Figura 12 viene descritto l'incremento tensionale che la trave subisce a parità di rigidità della sezione terminale rimuovendo il vincolo di sezione rigida. Tale grafico rappresenta "l'errore" che si commette trascurando la deformabilità della sezione trasversale.

Nelle Figure 13, 14 e 15 si evidenzia come nel caso di sollecitazione simmetrica, caso A1, i tre modelli forniscano risultati analoghi e tali da sconsigliare l'utilizzo di modelli numerici raffinati che richiedono un elevato tempo di elaborazione. Il modello *T-BN* fornisce risultati identici al modello *T-FD*. Il fenomeno della distorsione della sezione non si innesca. Nel caso B1 i modelli numerici forniscono risultati analoghi a quelli del modello *T-FD*.

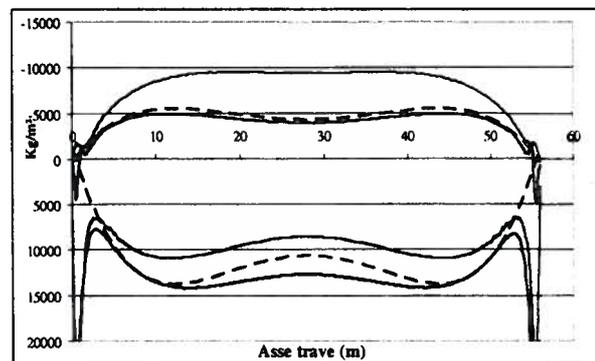


Figura 13 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S telaio di irrigidimento finale, caso B1

Tali modelli confermano la non trascurabilità del fenomeno di perdita di forma e la validità del modello con soluzione in forma chiusa. Nelle Figure 13, 14 e 15 si considera il caso, assai frequente, di telaio terminale di irrigidimento. Nonostante il fenomeno si attenni aumentando la rigidezza della sezione terminale, costruttivamente è molto difficile realizzare un setto terminale chiuso.

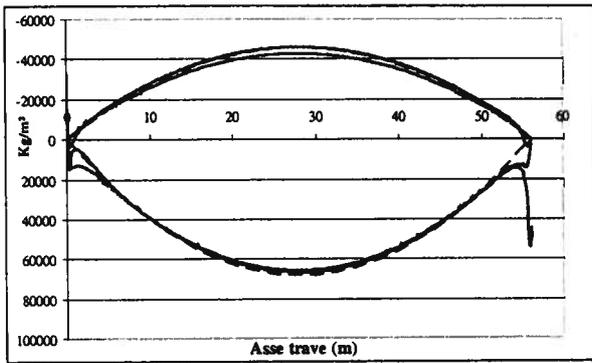


Figura 14 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S, telaio di irrigidimento finale, caso B2

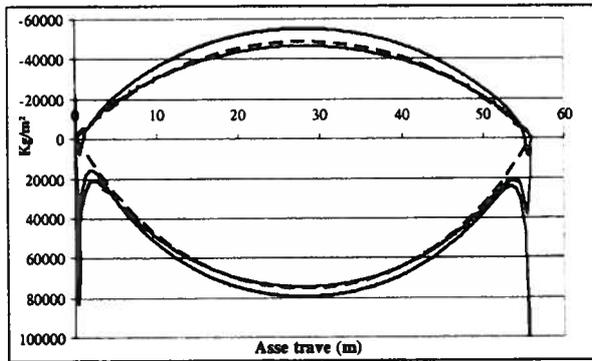


Figura 15 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S, telaio di irrigidimento finale, caso A1

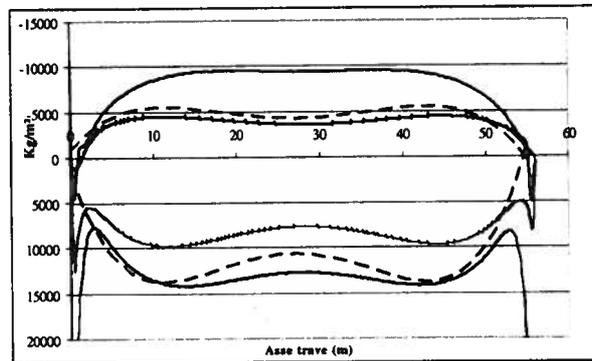


Figura 16 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S; diaframma rigido terminale, caso B1

Nelle Figure 16, 17 e 18 si mostra l'andamento delle tensioni nel caso di setto chiuso terminale, la cui rigidezza a forze contenute nel proprio piano può considerarsi approssimativamente infinita, rispetto a quella della sezione corrente del ponte.

Dai grafici si evidenzia una riduzione delle tensioni da perdita di forma, rilevando l'importanza di un elemento che favorisca la compartecipazione della lastre che costituiscono la trave.

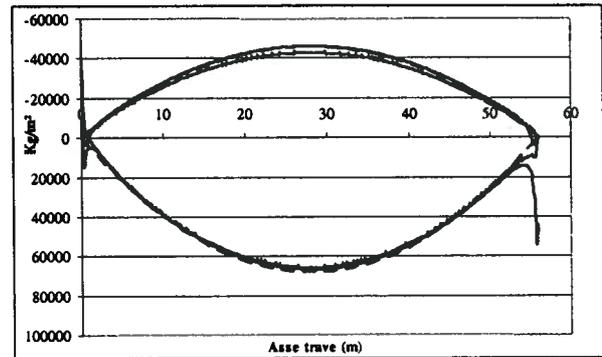


Figura 17 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S; diaframma rigido terminale, caso B2

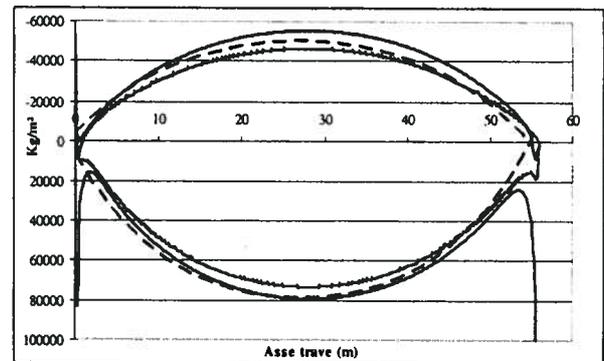
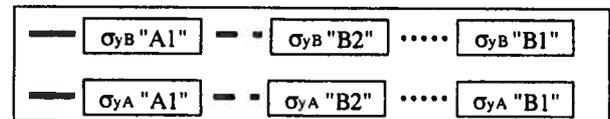


Figura 18 - Confronto tra le tensioni $\sigma_y(A)$ e $\sigma_y(B)$ modello T-FD, L-P, S; diaframma rigido terminale, caso A1



Legenda delle figure 16, 17 e 18

S'illustra ora l'andamento delle tensioni σ_z nella sezione di mezzeria lungo l'anima verticale evidenziata in Figura 8. Si produce anche il rapporto tra tali tensioni e le corrispondenti al variare della sola y .

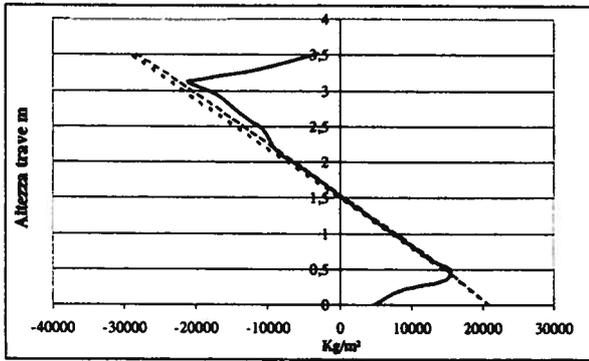


Figura 19 - Confronto tra le tensioni σ_x modello T-FD, L-P, S, diaframma terminale, caso B1

In questo modo è possibile conoscere l'andamento di tali tensioni lungo l'anima per tutta la lunghezza della trave. Il valore delle tensioni può essere agevolmente calcolato per tutta la trave imponendo le condizioni di equilibrio al bordo tra le lastre.

Si notano nelle Figure 19 e 20 gli andamenti molto simili delle tensioni in esame nei tre modelli analizzati. La variazione di tensione lungo l'altezza della trave, risulta pressoché lineare, mentre nel modello con elementi finiti solidi si nota un brusco annullamento delle tensioni nell'avvicinarsi ai lembi della sezione.

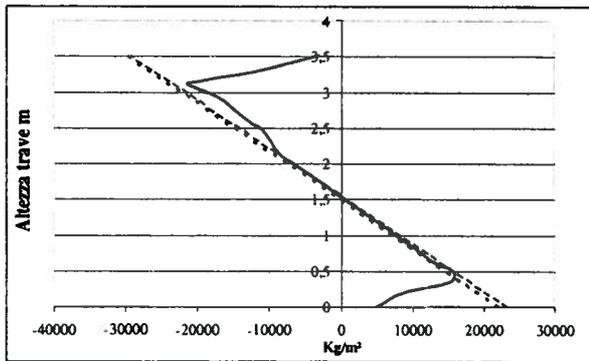
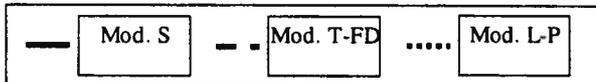


Figura 20 - Confronto tra le tensioni σ_x modello T-FD, L-P, S, telaio di irrigidimento terminale, caso B1



Legenda delle Figure 19 e 20

Chiaramente, un andamento simile delle tensioni è difficile da riprodurre da teorie analitiche ed è influenzato dal tipo di modellazione numerica adottato. Per le analisi ad elementi finiti solidi, la Figura 22 mostra in modo schematico la discretizzazione di elementi adottata ed il carico assunto.

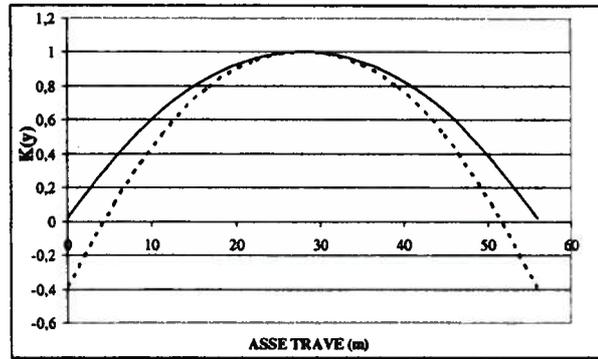


Figura 21 - Modello T-FD:
 $\sigma_z(b/2; y; z) = K(y) \sigma_z(b/2; L/2; z)$

E' interessante analizzare l'andamento delle tensioni σ_x e σ_y lungo l'asse della trave. Mentre le tensioni "a telaio" σ_x tendono a prevalere verso la mezziera della trave quelle "a membrana" tendono a prevalere verso l'estremità della trave.

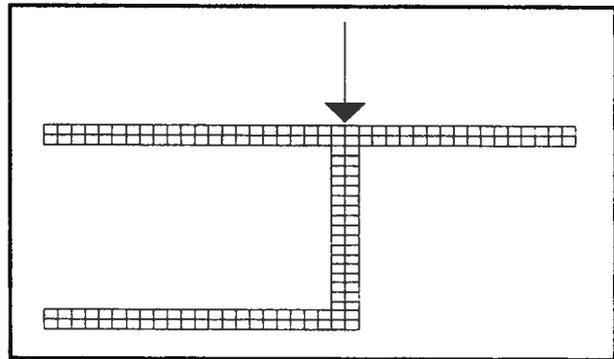


Figura 22 - Esempio di discretizzazione modello con elementi finiti solidi

7. CONCLUSIONI

Da queste analisi si evidenzia come la scelta della modellazione di una struttura sia un procedimento di importanza fondamentale. Con gli attuali mezzi di calcolo oggi a disposizione è possibile implementare modelli sempre più complessi che consentono di dare una rappresentazione molto fedele della struttura. L'utilizzo di questi modelli molto sofisticati, come si evince dalle analisi presentate, non è però sempre giustificato e necessario. I tempi di calcolo dei modelli con elementi finiti molto raffinati, sono infatti ancora elevati. Le analisi effettuate su modelli ad elementi finiti solidi hanno richiesto fino ad otto ore di elaborazione (processore AMD® 1800 MHz). Il modello con elementi finiti lastra-piastra ha necessitato invece di tempi di calcolo inferiori: da 0.5 a 2 ore a seconda dell'infittimento della mesh. La scelta della modellazione numerica da compiere deve essere perciò ponderata al tipo di analisi che si sta svolgendo

ed alle quantità statiche e cinematiche che si vogliono indagare. Tuttavia risulta chiaro che le modellazioni numeriche riescono a cogliere anche comportamenti non facilmente indagabili dalle teorie analitiche tradizionali. Per una maggiore affidabilità dei risultati è poi auspicabile lo studio su più modelli di calcolo con analisi di convergenza dei risultati nonché il confronto degli stessi con teorie analitiche di accertata validità [6].

8. RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato reso possibile grazie ai fondi di ricerca del COFIN2002, di cui è responsabile scientifico Franco Bontempi, professore straordinario dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza".

9. BIBLIOGRAFIA

- [1] E. ABSI - 1972, La Théorie des Equivalences et son application a l'étude des ouvrages d'art, *Annales de l'Istitut Technique du Batiment et des Travaux Publics*, Suppléments au No.298.
- [2] G. BATTAGLIA, L. SGAMBI, P.G. MALERBA - 2003, Bridge deck analysis through the use of grillage models, *Atti del convegno ISEC02*, Università di Roma "La Sapienza".
- [3] O. BELLUZZI, *Scienza delle costruzioni, Volume III*.
- [4] F. BONTEMPI, L. SGAMBI - 2002, Analisi tridimensionale di pile da ponte a doppia lama, *Giornate AICAP 2002*, Bologna.
- [5] L. CATALLO - 2003, Reliability structural assessment of concrete structures using genetic algorithms and nonlinear analysis, *Proceedings of Second MIT Conference*, Boston.
- [6] CNR 10024/86, *Analisi di strutture mediante elaboratore: impostazione e redazione delle relazioni di calcolo*.
- [7] H. CURTIS - 1997, *Foundamentals of aircraft structural analysis*, WCB, McGraw-Hill.
- [8] C. GAVARINI - 1996, *Lezioni di scienza delle costruzioni*, Masson editore.
- [9] C. GOMEZ - 2001, *Sulle differenze di capacità portante deducibili dalle teorie a fessurazione diffusa*, Tesi di specializzazione scuola F.lli Pesenti Politecnico di Milano.
- [10] E. C. HAMBLY, 1991, *Bridge Deck Behaviour*, Chapman and Hall, London.
- [11] C. HEINS, R. LAWRIE, *Design of modern concrete highway bridges*.
- [12] W. KANOK-NUKULCHAI - 1992, Mathematical Modelling of Cable-Stayed Bridges, *Structural Engineering International*.
- [13] G. LUCKO, *Means and methods analysis of a cast in place balanced cantilever box girder bridge*.
- [14] P.G. MALERBA, - 1998, *Analisi limite e non lineare di strutture in cemento armato*, CISM Udine.
- [15] F. MARTINEZ Y CABRERA, C. GENTILE, P.G. MALERBA - 1999, *Ponti e viadotti: concezione, progetto, analisi, gestione*, Atti del corso di aggiornamento, Politecnico di Milano.
- [16] R. MILONE - 2003, *Ponti a cassone: perdita di forma e torsione non uniforme*, Tesi di laurea ingegneria civile, Università di Roma "La Sapienza".
- [17] M.P. PETRANGELI - 1996, *Progettazione e costruzione di ponti*, Masson editore.
- [18] M.P. PETRANGELI, A. ZECHINI - 1976, *Sul calcolo dei ponti a cassone unicellulare a parete sottile*, Estratto del Giornale del Genio Civile, fascicoli 4°, 5°, 6°.
- [19] RAMIREZ, - 1998, Structural Forum, *Journal of Structural Engineering*.
- [20] J. SCHLAICH, H. SCHEEF, *Concrete box girder*.
- [21] L. SGAMBI, - 2000, *Modellazione tridimensionale di strutture in C.A. e C.A.P in campo non lineare*, Tesi di specializzazione scuola F.lli Pesenti Politecnico di Milano.
- [22] L. SGAMBI, - 2002, Analisi tridimensionale delle tensioni generate dalla precompressione nei pannelli alveolari, *Congresso CTE*.
- [23] L. SGAMBI - 2003, Fuzzy based approach for the reliability assessment of reinforced concrete two-blade slender bridge piers using three-dimensional nonlinear analysis, *Proceedings of Second MIT Conference*, Boston.
- [24] F.J. VECCHIO, - 1989, Non linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes, *ACI Structural Journal*.
- [25] UNI ENV 1991-3, *Carichi da traffico sui ponti*.