

Une heuristique de génération de colonnes pour le problème de tournées de véhicules avec faisabilité boîte noire

Extended Abstract *

Florence Massen¹ Yves Deville¹ Pascal Van Hentenryck²

¹ ICTEAM, Université catholique de Louvain, Belgium

² Optimization Research Group, NICTA, University of Melbourne, Australia
{Florence.Massen, Yves.Deville}@uclouvain.be pvh@nicta.com.au

1 Introduction

Une grande attention a été accordée aux problèmes de tournées de véhicules (VRP) depuis le début des années 1960. Initialement, seules des variantes de base de ce problème ont été prises en compte. Ensuite, la recherche a porté sur des variantes plus complexes, tels que des problèmes avec fenêtres de temps ou avec collecte et livraison. Ces dernières années les problèmes de tournées de véhicules riches ont été analysés. Ceux-ci visent à donner une représentation plus réaliste des problèmes rencontrés dans le monde réel. Dans les problèmes riches il est souvent nécessaire de combiner différentes contraintes complexes qui n'avaient été considérées qu'individuellement dans la littérature.

Pour aborder les problèmes riches, des méthodes de recherches locales ainsi que des méthodes issues de la programmation mathématique existent. La programmation par contraintes est parfois utilisée en combinaison avec d'autres méthodes d'optimisation pour ce genre de problèmes.

Les problèmes riches sont souvent traités en adaptant des méthodes existantes aux contraintes spécifiques considérées (comme par exemple dans la génération de colonnes proposée dans [1] où la procédure de pricing est adaptée aux contraintes du problème).

Dans le contexte des problèmes riches, un nouveau type de VRP a vu le jour, les problèmes de tournées combinés avec d'autres problèmes combinatoires (p.ex. combinaison du VRP avec problèmes de chargement (3L-CVRP [9]) ou

problème de planification (VRPTW with Driver Scheduling [12])). Ces problèmes sont souvent abordés en utilisant des approches très dédiées. Le but de cet article est de proposer une reformulation généralisée pour ce type de problème ainsi qu'une procédure d'optimisation pour le problème générique résultant de cette reformulation. Pour ce faire, nous introduisons le VRP avec faisabilité boîte noire (VRPBB). Ce problème est une extension du VRP de base. Outre le respect des contraintes VRP (capacité, fenêtres de temps, ...), chaque tournée doit vérifier un ensemble de contraintes inconnues F . Il est donc impossible d'accéder aux contraintes non-VRP à vérifier par chaque tournée. La faisabilité d'un itinéraire par rapport à F est vérifiée à l'aide d'un algorithme boîte noire fourni.

Nous proposons de reformuler le VRPBB comme un problème de partitionnement d'ensembles que nous optimisons à l'aide d'une approche (heuristique) de génération de colonnes. Des fourmis collectrices génèrent et collectionnent des colonnes (tournées) de façon heuristique, tout en étant guidées par des dépôts de phéromones provenant d'un oracle externe. Cet oracle calcule les dépôts de phéromones en fonction de la solution actuelle à la relaxation du problème. L'approche nous permet d'améliorer de manière itérative la borne inférieure du problème considéré. Une solution entière est trouvée en résolvant le problème de partitionnement d'ensembles avec solveur MIP.

Cet article présente trois contributions. D'abord, nous proposons un nouveau problème générique, le problème de tournées de véhicules avec faisabilité boîte noire, qui permet de représenter des problèmes de tournées de véhicules exigeant la résolution d'un problème combinatoire

*Ce papier est une version courte de [7]

par tournée. Deuxièmement, nous proposons un algorithme pour résoudre ce problème générique. Notre méthode est donc indépendante du problème combinatoire à résoudre pour chaque tournée. Elle peut facilement être appliquée à un nouveau problème en utilisant une autre fonction de faisabilité boîte noire. Enfin, nous démontrons l'applicabilité de la méthode proposée sur deux problèmes, le VRP avec chargement en trois dimensions (3L-CVRP) et le VRP à piles multiples (MP-VRP). Nous comparons nos résultats avec ceux des approches dédiées existantes pour montrer que notre approche générique est très compétitive.

1.1 Travaux apparentés

L'optimisation sous la présence de fonctions boîte noire est un domaine de recherche actif. Des métaheuristiques classiques tels que les algorithmes génétiques ou le recuit simulé ont été conçus en tant qu'algorithmes d'optimisation boîte noire [11]. Des fonctions boîte noire coûteuses à évaluer peuvent être trouvées dans des problèmes d'optimisation structurelle, telle que dans la conception de bateaux ou la conception de zones de compression pour voitures, où des simulations sont nécessaires pour juger de la qualité d'une solution. L'évaluation des fonctions boîte noire considérées dans ce domaine peut prendre jusqu'à vingt heures [10]. Dans VRPBB, nous supposons simplement que l'évaluation de la faisabilité est coûteuse en comparaison avec des variantes typiques du VRP.

La littérature se concentrant explicitement sur les problèmes de tournées de véhicules avec évaluation de faisabilité coûteuse est rare. Les auteurs ont connaissance d'un seul papier ([14]) où on y évalue l'efficacité de différentes structures d'indexation pour stocker l'information de faisabilité dans le cas d'un VRP combiné avec un problème de chargement à deux dimensions. Dans [3] les auteurs se concentrent sur les VRP avec des graphes de faisabilité creux.

Finalement l'utilisation d'heuristiques en combinaison avec la génération de colonnes est bien connue. La littérature portant sur la génération de colonnes combinée avec des colonies de fourmis est moins dense. Un exemple est [2] où la génération de colonnes est utilisée afin de générer une solution qui permet d'initialiser les pistes de phéromones pour les fourmis.

2 Le problème de tournées de véhicules avec faisabilité boîte noire

Problème de tournées véhicules avec contraintes de capacité Le problème de tournées véhicules avec contraintes de capacité (CVRP, [16]) est sous-jacent à la plupart des variantes VRP. Il est défini sur un graphe complet et pondéré $G = (V, E)$ où $V = \{0, 1, \dots, n\}$ est un en-

semble de $n + 1$ sommets et E l'ensemble des arêtes pondérées reliant chaque paire de sommets.

Le sommet 0 représente le dépôt tandis que les sommets $1, \dots, n$ sont les n clients attendant d'être servis. Le poids non-négatif c_{ij} ($i, j = 0, \dots, n : i \neq j$) d'une arête (i, j) correspond au coût du voyage du sommet i au sommet j . La flotte homogène est limitée à K véhicules, chacun ayant une capacité maximale D . Avec chaque client i ($i = 1, \dots, n$) est associée une demande d_i . Une tournée r est définie par l'ensemble des sommets clients visités E et la séquence σ dans laquelle ces sommets sont visités. Chaque tournée commence et se termine au dépôt. La tournée r peut être décrite par (S, σ) .

Enfin, le but est de mettre au point une solution composée d'au plus K routes de telle sorte que :

- chaque client soit visité sur une tournée exactement,
- la somme des demandes des clients sur une tournée ne dépasse pas la capacité maximale D ,
- le coût total des déplacements, égal à la somme des poids des arêtes traversées, soit minimisé.

Problème de tournées de véhicules avec faisabilité boîte noire Dans le VRPBB chaque tournée faisable doit vérifier et les contraintes liées à la variante VRP sous-jacente et un ensemble de contraintes dures inconnues appelé F .

Supposons que $feas(r, c) = true$ indique que la tournée r satisfait la contrainte $c \in F$. Une tournée provisoire r est considérée comme faisable par rapport à F si et seulement si $\bigwedge_{c \in F} feas(r, c)$.

La boîte noire fournit une fonction déterministe retournant un booléen indiquant la faisabilité de la tournée r par rapport à F . Cette fonction est considérée comme coûteuse en ressources informatiques (par rapport aux fonctions de faisabilité couramment rencontrés dans le VRP) et plus précisément de complexité non-linéaire dans la longueur de la route. Une tournée respectant les contraintes CVRP est appelée VRP-faisable. Une tournée respectant toutes les contraintes dans F est appelée BB-faisable. Finalement une tournée qui est en même temps VRP- et BB-faisable est appelée faisable.

3 Approche choisie

Nous ne cherchons pas à trouver un optimum global pour le VRPBB. La recherche locale en combinaison avec des bonnes fonctions de voisinage a montré son efficacité sur de nombreux problèmes. Toutefois, une approche de recherche locale ne semble pas appropriée pour le VRPBB. Compte tenu de l'ensemble des contraintes inconnues F nous ne pouvons pas être certain que le voisinage faisable pour un VRPBB donné soit connexe. En outre, nous ne pouvons pas extraire une mesure de violation de la boîte noire. Cela ne nous permet donc pas de visiter des solutions infaisables avec une pénalité basée sur le nombre de

violations. Il est donc difficile d'appliquer une approche métaheuristique. C'est pourquoi nous avons décidé de reformuler le VRPBB comme un problème de partitionnement d'ensembles (SPP).

Soit $\mathcal{R}$ l'ensemble des tournées possibles, c_r le coût de la tournée r et x_r une variable indiquant si la tournée r est utilisée dans la solution optimale. Le SPP analogue au problème de tournées de véhicules est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{r \in \mathcal{R}} c_r x_r \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r \in \mathcal{R}} v_{ir} x_r = 1 \quad \forall i \in V \setminus 0 \\ & \sum_{r \in \mathcal{R}} x_r \leq K \\ & x_r \in \{0, 1\} \quad \forall r \in \mathcal{R} \\ v_{ir} = & \begin{cases} 1 & \text{si client } i \text{ visité dans tournée } r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\forall i \in V \setminus 0, \forall r \in \mathcal{R}$$

Le SPP est défini sur l'ensemble de toutes les tournées possibles $\mathcal{R}$. Le calcul de $\mathcal{R}$ est évidemment irréaliste si ce n'est pour les problèmes de taille réduite. Une approche bien connue pour ce type de problèmes est la génération de colonnes. L'idée est de travailler avec la relaxation linéaire du problème initial et d'ajouter itérativement des nouvelles colonnes à la formulation du problème relâché. On travaille ainsi sur un problème restreint, appelé le problème maître restreint (RMP). Les nouvelles colonnes sont découvertes par la résolution d'un sous-problème. De nouvelles colonnes intéressantes sont identifiées à l'aide de leur coût réduit, qui est obtenu en utilisant les coûts découlant du problème dual du RMP courant (pricing). Typiquement, seules les colonnes de coût réduit négatif (dans le cas d'un problème de minimisation) sont ajoutées à la formulation du problème. Dans notre cas, générer des colonnes revient à générer des tournées faisables.

3.1 Une heuristique de génération de colonnes

Puisque nous ne cherchons pas une solution exacte à notre problème, nous allons utiliser une approche heuristique de génération de colonnes. À chaque itération, nous générons un certain nombre de tournées faisables qui seront ajoutées à la formulation du problème relâché. Ces routes sont générées en utilisant des fourmis collectrices, expliquées à la section suivante. Ce sont ces fourmis collectrices qui assureront la faisabilité (VRP- et BB-faisabilité) des tournées générées. Le RMP courant est alors résolu de manière optimale. Cela fournit les coûts duaux permettant de calculer le coût réduit de nouvelles tournées. Enfin nous mettons à jour la matrice de phéromones en nous basant

sur la solution au problème relâché actuel. Finalement une solution entière est trouvée en résolvant le SPP sur l'ensemble des tournées accumulées (en utilisant un solveur MIP). Pour plus de détails ainsi que l'algorithme complet utilisé veuillez-vous référer à [7].

3.2 Les fourmis collectrices

Nous proposons des exécutions répétées d'une heuristique aléatoire appelée fourmi collectrice pour générer des tournées faisables. Les fourmis collectrices sont basées sur les fourmis "savings-based" de [13]. Les auteurs de ce papier se sont inspirés de l'heuristique "savings" [5]. Dans notre contexte, une approche basée sur les colonies de fourmis est un choix naturel en raison de la facilité avec laquelle le guidage par la solution actuelle relâchée peut être implémenté en utilisant des phéromones. Pour plus de détails ainsi que l'algorithme complet utilisé veuillez-vous référer à [7].

3.3 Mise à jour des phéromones

Chaque fourmi dispose de la matrice de phéromones qui indique la quantité de phéromones sur chaque arête (i, j) . Les phéromones influencent l'attractivité d'une arête, et donc la probabilité d'être incluse dans une tournée par une fourmi. L'idée derrière les phéromones est de guider les fourmis vers des tournées de bonne qualité et avec une plus grande probabilité d'être BB-faisables. Comme les tournées de la solution courante sont optimales pour le RMP courant et qu'en plus nous savons que ces tournées sont VRP- et BB-faisables, nous aimerions que les fourmis produisent des tournées leurs ressemblant. Ceci se fait dans l'espoir de produire des tournées de qualités similaires. Une fois que la solution actuelle relâchée a été calculée, la matrice de phéromones est mise à jour en évaporant une partie des phéromones actuelles et en déposant une nouvelle quantité de phéromones apparaissant dans la solution actuelle. La quantité déposée sur une arête dépend du nombre de fois que celle-ci apparaît dans la solution actuelle.

4 Résultats expérimentaux

Notre approche a été implémentée en Comet (utilisant CLP pour solveur LP et SCIP en solveur MIP) et testée sur deux problèmes différents combinant tournées et chargement. Pour la description exacte des paramètres et conditions d'exécution veuillez vous référer à [7].

Dans le 3L-CVRP ([9]) la demande de chaque client est exprimée par un ensemble d'objets rectangulaires à trois dimensions. Le volume de chargement des camions est limitée en trois dimensions. Pour qu'une tournée soit faisable il faut qu'un chargement faisable de tous les objets

associés aux clients visités existe. Au delà des contraintes de bin packing à trois dimensions, des contraintes complexes telles que le support, la fragilité et l'accessibilité des objets dans les camions doivent aussi être considérées. Nous comparons notre approche à quatre approches dédiées existantes. Dans [9] les auteurs proposent une recherche tabu (TS) dans laquelle ils permettent de visiter des solutions infaisables. Une recherche tabu guidée (GTS) a été proposée par [15], tandis qu'une approche par colonie de fourmis (ACO) a été présentée dans [8]. Finalement [4] présente une recherche tabu (HTS). Toutes ces approches sont dédiées (certaines plus que d'autres) au problème sous considération. Elles utilisent des heuristiques ou métaheuristiques pour le problème de chargement.

Pour tester notre approche sur le 3L-CVRP nous avons utilisés les instances disponibles sur <http://www.or.deis.unibo.it/research.html>. La génération de ces instances est expliquée dans [9]. En tant que fonction de faisabilité boîte noire nous avons réimplémenté (en C++) l'approche heuristique décrite dans [4] (HTS). Nous utilisons donc une heuristique de chargement différent de ACO, GTS et TS. La génération de nouvelles tournées est arrêtée soit quand le temps limite est écoulé (même limites qu'en [9]), soit quand la borne inférieure n'a pu être améliorée pendant un nombre fixé d'itérations.

Les résultats montrent qu'en termes de qualité des solutions notre approche générique est très compétitive avec HTS et ACO (approches dédiées) tandis qu'elle améliore les résultats trouvés par GTS et TS (approches dédiées). En ce qui concerne les temps d'exécution notre approche est comparable à TS (mêmes limites de temps) et légèrement moins bonne qu'ACO et GTS. En ce qui concerne les temps d'exécution atteints par HTS, ils sont nettement inférieurs à ceux de ACO, GTS et TS, et donc aussi aux nôtres. Pour une liste et comparaison exhaustive des résultats sur le 3L-CVRP veuillez voir [7].

Le second problème sur lequel notre approche a été testée est le MP-VRP [6]. Dans ce problème les clients demandent des objets à deux dimensions. La longueur du camion est divisé en trois piles de même largeur. Les objets demandés par les clients peuvent prendre n'importe quelle hauteur, mais uniquement une longueur correspondant soit à la largeur d'une pile, ou à la largeur de 3 piles. En plus des contraintes du bin packing à deux dimensions le chargement doit être tel que lors de la visite d'un client, tous les objets qu'il demande sont au-dessus des piles.

Nous comparons notre approche à trois approches dédiées existantes. Dans [6] Doerner et al. proposent une approche colonie de fourmis (ACO) et une approche recherche tabu (TS) qui sont analogues à celles proposées dans [8] et [9] pour le 3L-CVRP. Dans [17] les auteurs proposent une descente à voisinage variable. Ils permettent l'infaisabilité des solutions visitées. L'ACO et le TS utilisent une heuristique pour le chargement, tandis que dans

le VNS on exploite le fait de disposer d'une heuristique et d'une méthode exacte.

Pour tester notre approche sur le MP-VRP nous avons utilisé les instances disponibles sur <http://prolog.univie.ac.at/research/VRPandBPP/>. La génération de ces instances est expliquée dans [6]. Les auteurs de [17] ont eu l'amabilité de nous fournir leur implémentation du test de faisabilité pour le chargement. Nous n'avons pas effectué de changements mais seulement imposé une limite de temps de 5 secondes sur la méthode exacte. De nouveau, la génération de nouvelles routes est arrêtée soit quand le temps limite est écoulé (même limite que [17]), soit quand la borne inférieure n'a pas pu être améliorée pendant un nombre fixé d'itérations.

Notre approche générique ne permet pas d'atteindre exactement la même qualité de solutions que les approches dédiées existantes. La recherche s'arrête que rarement avant l'écoulement de la limite de temps. Malheureusement nous ne disposons pas des temps d'exécution exactes pour le VNS. Pour des instances de plus grande taille, ACO et TS utilisent des limites de temps différentes et atteignent un temps d'exécution total nettement supérieur au nôtre.

En résumé, notre approche générique, comparée à des approches dédiées, permet de trouver des résultats très compétitifs pour le 3L-CVRP et légèrement moins bons pour le MP-VRP. Le temps d'exécution total supérieur est dû à la généricité de notre approche. Cette perte de temps, ainsi que la légère détérioration de la qualité des solutions pour le MP-VRP est compensée par le gain en temps en utilisant notre approche générique plutôt que de développer une approche dédiée.

5 Conclusion

Cet article présente le nouveau problème générique de tournées de véhicules avec faisabilité boîte noire (VRPBB). Dans le VRPBB chaque tournée doit vérifier un ensemble de contraintes dures et inconnues. La faisabilité d'une tournée ne peut être vérifiée qu'en utilisant un algorithme boîte noire coûteux. La difficulté de ce problème provient essentiellement de la structure du problème inconnu, mais aussi de la vérification de faisabilité coûteuse d'une tournée. Pour résoudre le VRPBB nous proposons une approche basée sur la génération de colonnes. Des fourmis collectrices produisent et collectionnent des tournées avec le potentiel d'augmenter la qualité de la solution. Ces fourmis sont guidées par des dépôts de phéromones provenant de la solution au problème relâché courant. Une solution entière est finalement trouvée en résolvant un problème de partitionnement d'ensembles sur les tournées recueillies. Nous avons montré l'applicabilité de la méthode proposée sur deux applications pratiques, le problème de tournées de véhicules avec chargement en trois dimensions et le problème de tournées de véhicules à piles multiples. Nous

montrons que notre approche générique est en concurrence avec des approches spécifiques, cela au prix d'un temps d'exécution un peu plus élevé. L'effort de développement nécessaire d'utiliser notre approche est nettement inférieur à l'effort nécessaire pour construire une approche dédiée. Les travaux futurs consisteront à inclure notre approche en tant qu'étape de pricing dans un framework Branch-and-Price heuristique. Nous allons également tester l'approche proposée sur d'autres applications telles que le VRP avec fenêtres de temps et planification des pauses de conducteurs.

Références

- [1] Ceselli A., Righini G., and Salani M. A column generation algorithm for a rich vehicle-routing problem. *Transport. Sci.*, 43, 2009.
- [2] Merel A., Gandibleux X., and Demassey S. A collaborative combination between column generation and ant colony optimization for solving set packing problems. In *9th Metaheuristics International Conference (MIC 2011)*, Udine, Italy, 2011.
- [3] J.E. Beasley and N. Christofides. Vehicle routing with a sparse feasibility graph. *Eur. J. Oper. Res.*, 98, 1997.
- [4] A. Bortfeldt. A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. Technical report, FernUniversität in Hagen, 2010.
- [5] G. Clarke and J.V. Wright. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Oper. Res.*, 12, 1964.
- [6] K.F. Doerner, G. Fuellerer, R.F. Hartl, M. Gronalt, and M. Iori. Metaheuristics for the vehicle routing problem with loading constraints. *Networks*, 49, 2007.
- [7] Massen F., Deville Y., and Van Hentenryck P. Phormone-based heuristic column generation for vehicle routing problems with black box feasibility. In *CPAIOR'12*, volume 7298 of *LNCS*, Nantes, France, 2012.
- [8] G. Fuellerer, K. F. Doerner, R.F. Hartl, and M. Iori. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *Eur. J. Oper. Res.*, 201, 2010.
- [9] M. Gendreau, M. Iori, G. Laporte, and S. Martello. A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. *Transport. Sci.*, 40, 2006.
- [10] D.R. Jones, M. Schonlau, and W.J. Welch. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *J. Global Opt.*, 13, 1998.
- [11] M. Laguna, J. Molina, F. Pérez, R. Caballero, and A. G-Hernández-Díaz. The challenge of optimizing expensive black boxes : a scatter search/rough set theory approach. *J. Oper. Res. Soc.*, 61, 2010.
- [12] E. Prescott-Gagnon, G. Desaulniers, M. Drexler, and L.-M. Rousseau. European driver rules in vehicle routing with time windows. *Transport. Sci.*, 44, 2010.
- [13] M. Reimann, M. Stummer, and K.F. Doerner. A savings based ant system for the vehicle routing problem. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 2002.
- [14] J. Strodl, K. Doerner, F. Tricoire, and R. Hartl. On index structures in hybrid metaheuristics for routing problems with hard feasibility checks : An application to the 2-dimensional loading vehicle routing problem. In *Hybrid Metaheuristics*. 2010.
- [15] C.D. Tarantilis, E.E. Zachariadis, and C.T. Kiranoudis. A hybrid metaheuristic algorithm for the integrated vehicle routing and three-dimensional container-loading problem. *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, 10, 2009.
- [16] P. Toth and D.Vigo, editors. *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.
- [17] Fabien Tricoire, Karl F. Doerner, Richard F. Hartl, and Manuel Iori. Heuristic and exact algorithms for the multi-pile vehicle routing problem. *OR Spectrum*, 2009.